

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный
аграрный университет имени И. Т. Трубилина»

Архитектурно-строительный факультет

Кафедра сопротивления материалов

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ЧАСТЬ 2

по дисциплине

и для самостоятельной работы студентов специальности
08.05.01 Строительство уникальных
зданий и сооружений

Краснодар
КубГАУ
2019

Составители: Е. Н. Селезнева, В. А. Переяслова.

Строительная механика. Часть 2 : метод. указания по дисциплине и для самостоятельной работы / сост. Е. Н. Селезнева, В. А. Переяслова. – Краснодар : КубГАУ, 2019. – 61 с.

Данные методические указания содержат задания для самостоятельного выполнения контрольных работ, указания по выполнению расчетов и требования к оформлению графической части работы. По каждой теме рассмотрены общие теоретические основы расчета статически определимых балок, ферм и арок, а также расчета статически неопределимых рам методом сил. Приведены примеры решения задач.

Предназначено для студентов специальности 08.05.01 Строительство уникальных зданий и сооружений.

Рассмотрено и одобрено методической комиссией архитектурно-строительного факультета Кубанского государственного аграрного университета, протокол № 2 от 22.10.2019.

Председатель
методической комиссии



А. М. Блягоз

- © Селезнева Е. Н.,
В. А. Переяслова.,
составление, 2019
- © ФГБОУ ВО «Кубанский
государственный аграрный
университет имени
И. Т. Трубиллина», 2019

Задача №5

Расчет неразрезной балки.

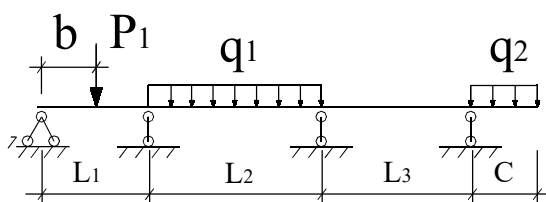
Для неразрезной балки с выбранными по шифру размерами и нагрузкой требуется:

- а) найти с помощью уравнения трех моментов опорные моменты и построить эпюры M и P от постоянной нагрузки (указанной на чертеже).
- б) найти моментные фокусные отношения и построить эпюры от последовательного нагружения каждого пролета (и консолей) временной нагрузкой.
- в) построить объемлющую (оггибающую) эпюру моментов для второго пролета (считая слева)

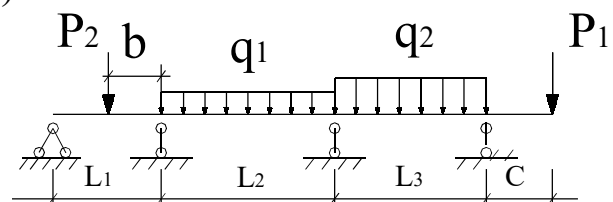
Исходные данные

Первая цифра шифра	L_1 , м	b , м	q_1 , кН/ м	Временная нагрузка $q_{вр}$, кН/м	Вторая цифра шифра	L_2 , м	P_1 , кН	c , м	q_2 , кН/м	Третья цифра шифра (№ схемы)	L_3 , м	P_1 , кН
1	6	1,0	1,8	1,1	1	5	4	1	1,2	1	7	0
2	7	1,2	1,9	1,2	2	6	8	2	1,4	2	9	0
3	8	1,4	2,0	1,4	3	9	5	2	1,6	3	10	12
4	9	1,6	2,2	1,6	4	10	9	2	1,5	4	0	0
5	10	1,8	2,1	2,0	5	8	7	1	1,8	5	0	0
6	11	1,7	2,3	1,8	6	7	6	1	1,7	6	8	14
7	5	1,1	1,7	1,4	7	11	10	2	2,0	7	11	11
8	12	1,3	2,4	1,5	8	12	12	3	2,1	8	12	9
9	7,5	1,5	2,5	2,2	9	13	11	3	1,9	9	0	0
0	13	1,9	2,6	2,4	0	7,5	14	2	2,2	0	0	8

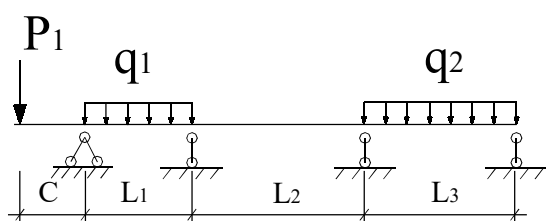
1)



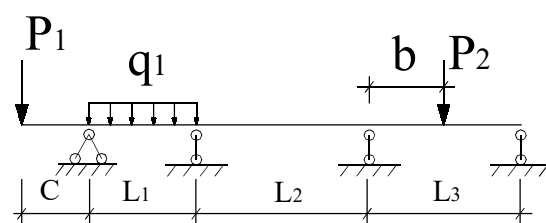
6)



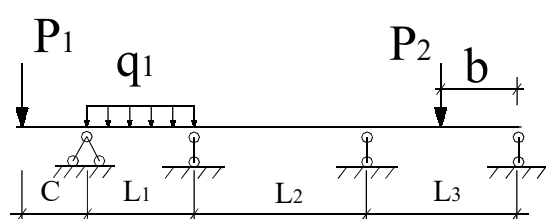
2)



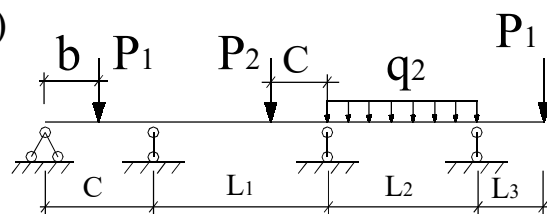
7)



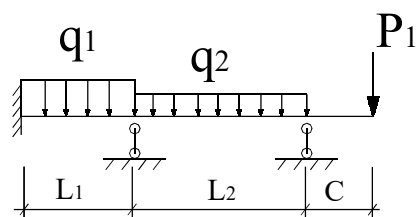
3)



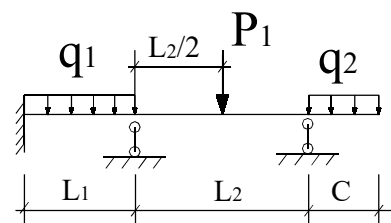
8)



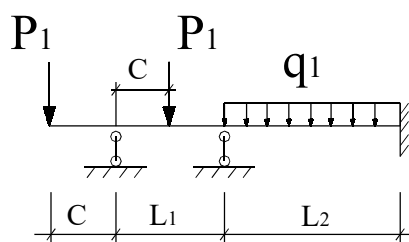
4)



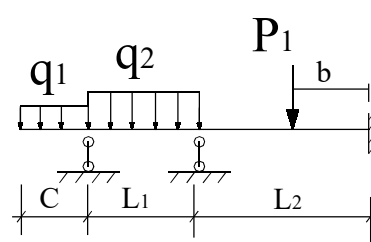
9)



5)



10)



Расчет статически неопределимых (неразрезных) балок методом сил.

Неразрезной балкой называется статически неопределимая балка, которая имеет более трех опорных связей и не содержит промежуточных шарниров.



Достоинства неразрезной балки:

- 1) экономичность,
- 2) легкость в изготовлении,
- 3) высокая жесткость
- 4) надежность

Недостатки неразрезной балки:

- 1) нагрузка, приложенная в одном из пролетов, вызывает внутренние усилия во всех пролетах балки
- 2) в неразрезной балке возникают усилия от действия неравномерного нагрева, от осадки опор, неточности монтажа.

Степень статической неопределимости для статически неопределимых (неразрезных) балок определяется по формуле:

$$C_{\text{ст}} = n + l = C_0 - 3,$$

где: $C_{\text{ст}}$ – степень статической неопределимости

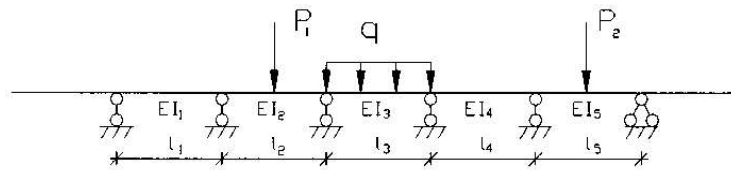
n – число дополнительных уравнений, которые необходимо составить для определения всех внутренних усилий в заданной системе

l – число лишних связей в системе, т.е. таких связей, при удалении которых система превращается в статически определимую и остается при этом геометрически неизменяемой.

C_0 – количество опорных связей в заданной системе. При определении количества кинематических связей в системе следует иметь в виду, что жесткая заделка представляет собой три кинематические связи; шарнирно неподвижная опора представляет собой две кинематические связи; шарнирно подвижная опора представляет собой одну кинематическую связь.

Расчет неразрезной балки производится методом сил. Общий порядок расчета подобен расчету рам, особенностью является выбор рациональной основной системы.

Рассмотрим неразрезную балку:



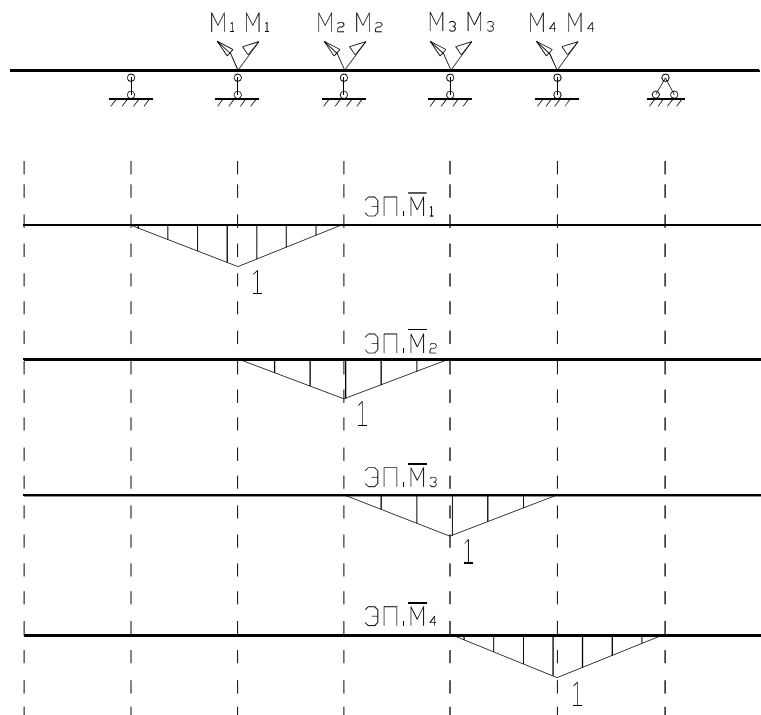
Определим степень статической неопределимости

$$C_{CH} = n = l = C_0 - 3 = 7 - 3 = 4$$

Составим уравнения соответствия заданной системы и основной системы, выражающие условия равенства нулю перемещений по направлению отброшенных связей в виде канонических уравнений метода сил. Запишем канонические уравнения метода сил.

$$\begin{cases} \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \delta_{13}x_3 + \delta_{14}x_4 + \Delta_{1p} = 0 \\ \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \delta_{23}x_3 + \delta_{24}x_4 + \Delta_{2p} = 0 \\ \delta_{31}x_1 + \delta_{32}x_2 + \delta_{33}x_3 + \delta_{34}x_4 + \Delta_{3p} = 0 \\ \delta_{41}x_1 + \delta_{42}x_2 + \delta_{43}x_3 + \delta_{44}x_4 + \Delta_{4p} = 0 \end{cases}$$

Рассмотрим вариант основной системы метода сил, который представляет собой многопролетную шарнирную балку, полученную из заданной неразрезной балки путем введения промежуточных шарниров в опорных узлах полных шарниров. При этом отброшенными оказываются связи, препятствующие взаимному повороту сечений, примыкающих к опоре. Действие отброшенных связей заменяем опорными моментами M_1, M_2, M_3, M_4 .



Сопоставляя эпюры моментов нетрудно заметить, что отличными от нуля будут побочные коэффициенты, получаемые при «перемножении» эпюр, построенных от действия единичных моментов, приложенных на соседних опорах, т.е. коэффициенты, индексы которых отличаются более чем на единицу, равны нулю:

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \delta_{14} = \delta_{41} = \delta_{42} = \delta_{24} = \dots = 0$$

Вывод: рациональной основной системой при расчете статически неопределимых (неразрезных) балок является многопролетная шарнирная балка, полученная из заданной путем введения в опорных узлах полных шарниров. Действие отброшенных связей при этом заменяется опорными моментами.

После несложных преобразований каноническое уравнение примет вид, который принято называть «уравнение трех моментов». Общий вид уравнения 3-х моментов для любой опоры с порядковым номером «n», при условии, что опоры балки нумеруются слева направо, начиная с «0», а пролеты балки нумеруются слева направо, начиная с «1», имеет вид:

$$M_{n-1} \cdot l'_n + 2M_n \cdot (l'_n + l'_{n+1}) + M_{n+1} \cdot l'_{n+1} = -6 \cdot \left(\frac{\varpi_n \cdot a_n \cdot l'_n}{l_n^2} + \frac{\omega_{n+1} \cdot b_{n+1} \cdot l'_{n+1}}{l_{n+1}^2} \right),$$

где n - порядковый номер опоры, для которой составляется уравнение трех моментов,

M_{n-1} – опорный момент на опоре с порядковым номером «n-1», т.е. на опоре, расположенной слева от опоры с порядковым номером «n», назовем ее левой

M_n – опорный момент на опоре с порядковым номером «n», т.е. на средней опоре,

M_{n+1} – опорный момент на опоре с порядковым номером «n+1», т.е. на опоре, расположенной справа от опоры с порядковым номером «n», назовем ее правой опорой ,

l'_n - приведенная длина пролета с порядковым номером «n» , т.е. левого пролета;

l'_{n+1} - приведенная длина пролета с порядковым номером «n+1» , т.е. правого пролета;

приведенная длина пролета определяется следующим образом:

$$l'_n = \frac{l_n \cdot EI_{\min}}{EI_n}, \text{ где}$$

l_n - геометрическая длина пролета с порядковым номером «n»

$EI_{\min}$ – минимальная жёсткость в пролёте балки;

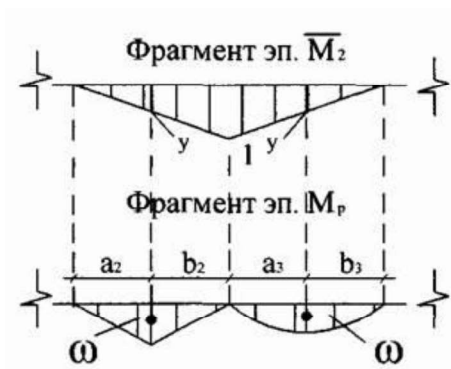
EI_n – жёсткость n-ного пролёта

При составлении уравнения трех моментов следует соблюдать следующие правила:

- если балка имеет консоли, в основной системе их условно отбрасывают, а действие нагрузки, приложенной на консоли, заменяют опорным моментом;

- если балка в крайнем пролете имеет жесткую заделку, в основной системе заделку заменяют дополнительным пролетом, длина которого стремится к нулю $l \rightarrow 0$, а жесткость $EI \rightarrow \infty$.

M_{n-1} , M_n , M_{n+1} - опорные моменты на соответствующих опорах;



ω_n – площадь эпюры моментов от действия заданной нагрузки, построенной в n -ом пролёте, как в простой балке;

a_n и b_n – расстояние от центра тяжести площади ω_n до левой и правой опоры соответственно

Приводим значения ϖ, a, b для некоторых наиболее часто встречающихся случаев нагружения пролетов:

Вид нагрузки в загруженном пролёте			
Эпюра изгибающих моментов			
Площадь эпюры изгибающих моментов	$\varpi = \frac{2}{3} \cdot f \cdot l = \frac{ql^3}{12}$	$\varpi = \frac{1}{2} \cdot P \cdot c \cdot d$	$\varpi = P \cdot c \cdot d(l - c)$
Положение центра тяжести эпюры	$a = \frac{l}{2}$ $b = \frac{l}{2}$	$a = \frac{1}{3}(c + l)$ $b = \frac{1}{3}(d + l)$	$a = \frac{l}{2}$ $b = \frac{l}{2}$

Если жесткости поперечного сечения во всех пролетах одинаковы, уравнение трех моментов упрощается и приобретает вид:

$$M_{n-1} \cdot l_n + 2M_n \cdot (l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} \cdot l_{n+1} = -6 \cdot \left(\frac{\varpi_n \cdot a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} \cdot b_{n+1}}{l_{n+1}} \right)$$

Решая систему канонических уравнений, определяем значения неизвестных опорных моментов и, таким образом, раскрываем статическую неопределимость системы.

Для построения окончательной эпюры моментов построим эпюру опорных моментов $M_{опор}$ и затем просуммируем в соответствующих сечениях ее ординаты и ординаты эпюры моментов грузового состояния M_p

Для построения эпюры опорных моментов достаточно на соответствующей опорной вертикали «п» отложить значение найденного при решении системы канонических уравнений опорного момента M_n , при этом следует помнить, что на эпюре моментов знаки не указывают, а эпюру строят на «растянутых волокнах», откладывая положительные ординаты эпюры вниз от базисной линии.

Проверка правильности построения эпюры изгибающих моментов

Выполним кинематическую проверку полученной эпюры моментов, для этого «перемножим» полученную эпюру и суммарную единичную эпюру по правилу Верещагина, разность между положительными и отрицательными слагаемыми, отнесенная к большему из них, не должна превышать 2%:

$$\Delta = \sum \int \frac{\bar{M}_s \cdot M}{EJ} ds = \sum \left(\frac{1}{EI} \varpi_M \cdot Y_{\bar{M}} \right) = 0$$

Метод моментных фокусных отношений (метод фокусов)

Рассмотрим неразрезную балку, нагрузка на которой приложена только в одном из пролетов - в «п – ном» пролете. При этом все остальные пролеты являются незагруженными. Оказывается, что эпюра изгибающих моментов в загруженном пролете в зависимости от вида приложенной нагрузки будет очерчена ломаной прямой линией (если пролет нагружен сосредоточенными силами) или по закону параболы (если пролет нагружен равномерно распределенной нагрузкой), или по сложному закону (если пролет нагружен различными нагрузками). Однако при любом приложении нагрузки опорные моменты в загруженном пролете будут отрицательными. В незагруженных пролетах, независимо от вида и величины нагрузки в загруженном пролете, эпюры моментов будут очерчены по закону прямой линии, проходящей через нулевую точку. Опорные моменты в каждом из незагруженных пролетов противоположны по знаку, т.е., иными словами, в пределах ненагруженного пролета эпюра изгибающих моментов имеет нулевую точку.

Нулевая точка эпюры моментов в пределах ненагруженного пролета, при приложении нагрузки только в одном пролете или на одной из консолей, называется **фокусной моментной точкой** и обозначается F_n .

Если ненагруженный пролет находится справа от нагруженного, то фокусная точка называется правой и обозначается - F_n^{np} .

Если ненагруженный пролет находится слева от нагруженного, то фокусная точка называется левой и обозначается - $F_n^{лев}$.

Положение фокусных точек инвариантно, т.е. не зависит от вида и величины нагрузки в загруженном пролете.

Взятое по абсолютной величине отношение большего опорного момента к меньшему опорному моменту в пределах ненагруженного пролета называется **фокусным моментным отношением** и обозначается k_n .

Если незагруженный пролет находится слева от нагруженного пролета, то моментное фокусное отношение называется левым $k_n^{лев}$, согласно принятому обозначению

$$k_n^{лев} = \left| \frac{M_n}{M_{n-1}} \right|,$$

а если незагруженный пролет находится справа от нагруженного пролета, то моментное фокусное отношение называется правым $k_n^{np.}$:
согласно принятому обозначению

$$k_n^{np.} = \left| \frac{M_{n-1}}{M_n} \right|,$$

Определение величины фокусного моментного отношения производится по формулам:

Левое фокусное отношение:	$K_n^{лев} = 2 + \frac{l'_{n-1}}{l'_n} \cdot \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}^{лев}} \right)$
правое фокусное отношение:	$K_n^{npав} = 2 + \frac{l'_{n+1}}{l'_n} \cdot \left(2 - \frac{1}{K_{n+1}^{npав}} \right)$

Где $k_n^{лев}$, $k_n^{np.}$ соответственно левое и правое фокусные моментные отношения рассматриваемого пролета с номером « n »

l'_n - приведенная длина пролета с порядковым номером « n », т.е. рассматриваемого пролета;

l'_{n-1} - приведенная длина пролета с порядковым номером « $n-1$ », т.е. пролета, расположенного справа от рассматриваемого пролета;

l'_{n+1} - приведенная длина пролета с порядковым номером « $n+1$ », т.е. пролета, расположенного справа от рассматриваемого пролета;

Для крайнего пролета фокусные моментные отношения определяются в зависимости от условий закрепления пролета. Нетрудно убедиться в том, что для шарнирно закрепленного фокусное моментное отношение $k_n = \infty$:

Если крайний пролет жестко закреплен, то фокусное моментное отношение такого пролета равно $k_n = 2$.

Определение опорных моментов в нагруженном пролете производится по формулам:

левый опорный момент в нагруженном
n – ном пролете;

$$\left\{ M_{n-1} = -\frac{6\varpi_n}{l_n^2} \cdot \frac{b_n \cdot k_n^{np} - a_n}{(k_n^{np} \cdot k_n^{лев} - 1)} \right.$$

правый опорный момент в загруженном
n – ном пролете;

$$\left\{ M_n = -\frac{6\varpi_n}{l_n^2} \cdot \frac{a_n \cdot k_n^{лев} - b_n}{(k_n^{np} \cdot k_n^{лев} - 1)} \right.$$

где:

ω_n – площадь эпюры моментов грузового состояния, построенной в пролете «n» как в простой балке;

a_n и b_n – расстояние от центра тяжести площади ω_n до левой и правой опоры соответственно

Построение объемлющей эпюры изгибающих моментов

Объемлющая эпюра изгибающих моментов представляет собой эпюру расчетных изгибающих моментов от совместного действия постоянной и временной нагрузок и имеет две ветви - ветвь максимума и ветвь минимума.

Ординаты ветви максимума $M_{\max}$ определяются как сумма ординаты эпюры моментов от действия постоянной нагрузки $M_{\text{пост}}$ и положительных ординат эпюр моментов от действия временной нагрузки, при последовательном нагружении каждого пролета и каждой консоли временной нагрузкой

$$M_{\max} = M_{\text{пост}} + \sum M_{\text{вр.полож}}$$

Ординаты ветви минимума $M_{\min}$ определяются как сумма ординаты эпюры моментов от действия постоянной нагрузки $M_{\text{пост}}$ и отрицательных ординат эпюр моментов от действия временной нагрузки, при последовательном нагружении каждого пролета и каждой консоли временной нагрузкой.

$$M_{\min} = M_{\text{пост}} + \sum M_{\text{вр.отриц}}$$

Ординаты объемлющей эпюры моментов определяются в табличной форме. Для определения ординат эпюр моментов от действия временной нагрузки рассчитаем и построим эпюры моментов от последовательного нагружения каждого пролета и консолей временной нагрузкой.

Расчет ординат эпюр моментов от действия временной нагрузки производится методом моментных фокусных отношений.

Промежуточные ординаты эпюры моментов от постоянной нагрузки определяются в зависимости от вида приложенной нагрузки в рассматриваемом пролете;

Промежуточные ординаты эпюры моментов от временной нагрузки, приложенной в рассматриваемом пролете, определяются следующим выражением:

$$M_x = \frac{M_{\text{прав}}}{l} x + \frac{M_{\text{лев}}}{l} (l - x) + \frac{q_{\text{вр}} \cdot x}{2} (l - x),$$

где: M_x - изгибающий момент в сечении x ; $M_{\text{прав}}$ - правый опорный момент ; $M_{\text{лев}}$ - левый опорный момент; l_n - длина рассматриваемого пролета; x - абсцисса промежуточного сечения, в котором определяется значение момента, отсчитывается от левой опоры рассматриваемого пролета.

Промежуточные ординаты эпюры моментов от временной нагрузки, приложенной вне рассматриваемого пролета, определяются по прямо пропорциональной зависимости, т.к. эпюра моментов в этом случае в рассматриваемом пролете прямолинейна

Пример расчета статически неопределимой неразрезной балки.

Для неразрезной балки с выбранными по шифру размерами и нагрузкой требуется:

а) найти с помощью уравнения трех моментов опорные моменты и построить эпюры M и Q от постоянной нагрузки (указанной на чертеже).

б) найти моментные фокусные отношения и построить эпюры от последовательного заграждения каждого пролета (и консолей) временной нагрузкой.

в) построить объемлющую (огibaющую) эпюру моментов для второго пролета (считая слева).

$$L_1 = 7 \text{ м}$$

$$q_1 = 1,9 \text{ кН/м}$$

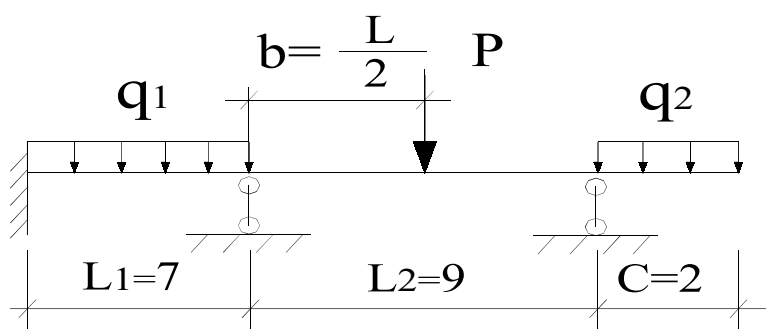
$$q_2 = 1,6 \text{ кН/м}$$

$$q_{вр} = 1,2 \text{ кН/м}$$

$$L_2 = 9 \text{ м}$$

$$P_1 = 5 \text{ кН/м}$$

$$c = 2 \text{ м}$$



Решение: I. Расчет неразрезной балки с помощью уравнения трех моментов.

1. Определяем степень статической неопределимости балки по формуле:

$$n = C_0 - 3$$

где: C_0 - число связей опорных. Так как жесткая заделка представляет собой три кинематические связи, а каждая шарнирно подвижная опора представляет собой одну кинематическую связь, общее количество связей в рассматриваемой балке равно пяти, поэтому степень статической неопределимости рассматриваемой балки

$$n = C_0 - 3 = 5 - 3 = 2$$

2. Пронумеруем пролеты слева направо начиная с «1» и далее

Пронумеруем опорные узлы слева направо начиная с «0» и далее

Выбираем основную систему: для этого преобразуем систему: жесткую заделку заменим дополнительным шарнирно-опертым пролетом ($l_0 \Rightarrow 0$), слева появилась дополнительная шарнирно-подвижная опора с порядковым номером «-1», а затем введем полные шарниры на всех промежуточных опорах (рис 1).

Действие отброшенных при этом связей заменяем неизвестными момен-тами.

3. Построим эпюры единичных состояний от действия каждого из неизвестных моментов $M_i=1$ (см. рис 2).

4. Построим эпюру моментов грузового состояния от действия приложенной нагрузки – M_p (см. рис 3), при этом рассматриваем каждый пролет как простую шарнирно-опертую балку.

5. По эпюре грузового состояния определяем в каждом пролете: площадь эпюры ϖ_i , расстояние от центра тяжести эпюры до левой опоры – a_i и до правой опоры – b_i :

$$\varpi_1 = \frac{ql_1^3}{12} = \frac{1,9 \cdot 7^3}{12} = 54,31 \quad a_1 = \frac{l_1}{2} = 3,5 \text{ м} \quad b_1 = \frac{l_1}{2} = 3,5 \text{ м}$$

$$\varpi_2 = \frac{Pl_2^2}{8} = \frac{5 \cdot 9^2}{8} = 50,625 \quad a_2 = \frac{l_2}{2} = 4,5 \text{ м} \quad b_2 = \frac{l_2}{2} = 4,5 \text{ м}$$

6. Записываем уравнения трёх моментов и решаем их:

$$\begin{cases} n=0 & M_{-1} \cdot l_0 + 2 \cdot M_0(l_0 + l_1) + M_1 \cdot l_1 = -6 \cdot \left(\frac{\varpi_0 \cdot a_0}{l_0} + \frac{\varpi_1 \cdot b_1}{l_1} \right) \\ n=1 & M_0 \cdot l_1 + 2 \cdot M_1(l_2 + l_1) + M_2 \cdot l_2 = -6 \cdot \left(\frac{\varpi_1 \cdot a_1}{l_1} + \frac{\varpi_2 \cdot b_2}{l_2} \right) \end{cases}$$

Действие нагрузки, приложенной на консоли, заменяем опорным моментом

$$M_2 = -\frac{q_2 \cdot c^2}{2} = -\frac{1,6 \cdot 4}{2} = -3,2 (\text{кН})$$

$$\begin{cases} 0 + 2 \cdot M_0(0 + 7) + M_1 \cdot 7 = -6 \cdot \left(0 + \frac{54,31 \cdot 3,5}{7} \right) \\ M_0 \cdot 7 + 2 \cdot M_1(7 + 9) + (-3,2) \cdot 9 = -6 \cdot \left(0 + \frac{54,31 \cdot 3,5}{7} + \frac{50,625 \cdot 4,5}{9} \right) \end{cases}$$

$$M_0 = -8,05 (\text{кН} \cdot \text{м}) \quad M_1 = -7,18 (\text{кН} \cdot \text{м})$$

7. По результатам решения системы уравнений трех моментов, построим эпюру опорных моментов – $M_{опор.}$ – на соответствующих опорных вертикалях откладываем значения найденных опорных моментов и соединим полученные ординаты прямыми линиями – рис 4.

8. Для построения окончательной эпюры моментов просуммируем ординаты эпюры опорных моментов $M_{опор.}$ и эпюры моментов грузового состояния M_p , – рис 5.

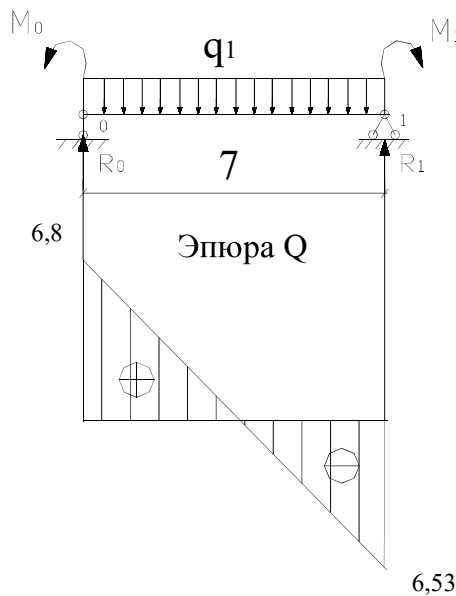
9. Построим расчетную эпюру поперечных сил по эпюре моментов: для этого представим каждый пролет балки как простую двухопорную балку, на которую переносим приложенную к этому пролету нагрузку, а также опорные моменты, величину и направление которых снимаем с эпюры моментов. От действия приложенной нагрузки и опорных моментов определяем опорные реакции и строим эпюры поперечных сил. Значение поперечной силы рассчитываем по формуле:

$$Q = Q^0 + \frac{M_{прав} - M_{лев}}{l},$$

где Q^0 – балочная поперечная сила, величина которой определена от приложенной к балке нагрузки

$M_{прав}$ – правый опорный момент, $M_{лев}$ – левый опорный момент,

а) рассмотрим первый пролет:



$$Q_0 = \frac{1,9 \cdot 7}{2} + \frac{-7,18 - (-8,05)}{7} = 6,8(\kappa H)$$

$$Q_0 = -\frac{1,9 \cdot 7}{2} + \frac{-7,18 - (-8,05)}{7} = -6,53(\kappa H) \text{ для}$$

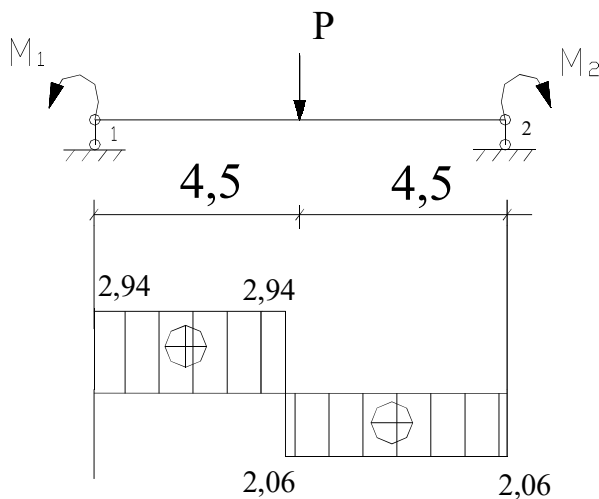
определения максимального изгибающего момента найдем, при каком значении X поперечная сила обращается в нуль $Q_x = R_0 - q_1 x = 0$, откуда выразим

$$X = \frac{R_0}{q_1} = \frac{6,8}{1,9} = 3,53(\text{м}); \text{ в этом сечении}$$

максимальный изгибающий момент

$$M_{\max} = \frac{Q_0 \cdot x}{2} + M_0 = \frac{6,8 \cdot 3,53}{2} + (-6,8) = 5,202(\kappa H\text{м})$$

б) рассмотрим второй пролёт:



$$Q_{12} = \frac{5}{2} + \frac{-3,2 - (-7,18)}{9} = 2,91(\kappa H)$$

$$Q_{21} = -\frac{5}{2} + \frac{-3,2 - (-7,18)}{9} = -2,6(\kappa H)$$

Полученные эпюры затем переносим на ось балки - рис 6.

II. Расчет неразрезной балки методом моментных фокусных отношений.

Согласно условию задачи методом моментных фокусных отношений необходимо выполнить расчет на действие временной нагрузки

10. Определим моментные фокусные отношения для каждого пролёта заданной балки:

а) левые фокусные моментные отношения определяем по формуле

$$K_n^{\text{лев}} = 2 + \frac{l_{n-1}}{l_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}^{\text{лек}}} \right)$$

Так как крайний левый пролёт (пролет с порядковым номером «1») закреплён жёстко, левое фокусное отношение первого пролета

$$K_1^{\text{лев}} = 2,$$

тогда левое фокусное моментное отношение второго пролета определяем по формуле $K_2^{лев} = 2 + \frac{l_1}{l_2} \left(2 - \frac{1}{K_1^{лев}} \right) = 2 + \frac{7}{9} \left(2 - \frac{1}{2} \right) = 3,2$

б) правые фокусные моментные отношения определяем по формуле

$$K_n^{прав} = 2 + \frac{l_{n+1}}{l_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n+1}^{прав}} \right)$$

Так как крайний правый пролёт (пролет с порядковым номером «2») справа закреплён шарнирно, то правое фокусное отношение этого пролета $K_2^{прав} = \infty$,

тогда правое фокусное моментное отношение первого пролета определяется по формуле:

$$K_1^{прав} = 2 + \frac{l_2}{l_1} \left(2 - \frac{1}{K_2^{прав}} \right) = 2 + \frac{9}{7} \left(2 - \frac{1}{\infty} \right) = 4,6$$

III. Расчет и построение огибающей эпюры моментов.

11. Рассчитаем и построим эпюры моментов от последовательного нагружения каждого пролёта и консолей временной нагрузкой

а) рассмотрим временную нагрузку $q_{врем}$ в первом пролёте:

определяем площадь эпюры моментов, построенной в первом пролете как в простой балке: $\varpi_1 \frac{ql_1^3}{12} = \frac{1,2 \cdot 7^3}{12} = 34,3$

расстояние от центра тяжести эпюры до левой и правой опоры

$$a = b = \frac{l_1}{2} = \frac{7}{2} = 3,5(м)$$

определяем опорные моменты в загруженном пролете

$$M_0 = -\frac{6\varpi_1}{l_1^2} \cdot \frac{K_1^{прав} \cdot b_1 - a_1}{K_1^{прав} \cdot K_1^{лев} - 1} = -\frac{6 \cdot 34,3}{49} \cdot \frac{4,6 \cdot 3,5 - 3,5}{4,6 \cdot 2 - 1} = -6,5$$

$$M_1 = -\frac{6\varpi_1}{l_1^2} \cdot \frac{K_1^{лев} \cdot a_1 - b_1}{K_1^{прав} \cdot K_1^{лев} - 1} = -\frac{6 \cdot 34,3}{49} \cdot \frac{2 \cdot 3,5 - 3,5}{4,6 \cdot 2 - 1} = -1,8$$

Определяем опорный момент на опоре «2»— так как опора «2» принадлежит второму пролету, который находится справа от загруженного, значение опорного момента определяем используя правое фокусное отношение второго пролета:

$$K_2^{np} = \left| \frac{M_1}{M_2} \right|, \text{ откуда } M_2 = -\frac{M_1}{K_2^{np}} = -\frac{-1,8}{\infty} = 0$$

Построим эпюру (см. рис 7.)

б) рассмотрим действие временной нагрузки $q_{врем}$, приложенной во втором пролёте

определяем площадь эпюры моментов, построенной во втором пролете как в простой балке: $\varpi_2 = \frac{q_{\text{врем}} \cdot l_2^3}{12} = \frac{1,2 \cdot 9^3}{12} = 72,9$

расстояние от центра тяжести эпюры до левой и правой опоры

$$a_2 = b_2 = \frac{l_2}{2} = \frac{9}{2} = 4,5(\text{м})$$

определяем опорные моменты в загруженном пролете

$$M_1 = -\frac{6\varpi_2}{l_2^2} \cdot \frac{K_2^{\text{прав}} \cdot b_2 - a_2}{K_2^{\text{прав}} \cdot K_2^{\text{лев}} - 1} = -\frac{6 \cdot 72,9}{81} \cdot \frac{\infty \cdot 4,5 - 4,5}{\infty \cdot 3,2 - 1} = -5,4 \cdot \frac{4,5}{3,2} = -7,59$$

$$M_2 = -\frac{6\varpi_2}{l_2^2} \cdot \frac{K_2^{\text{лев}} \cdot a_2 - b_2}{K_2^{\text{прав}} \cdot K_2^{\text{лев}} - 1} = -\frac{6 \cdot 72,9}{81} \cdot \frac{3,2 \cdot 4,5 - 4,5}{\infty \cdot 3,2 - 1} = 0$$

Определяем опорный момент на опоре «0» – M_0 . Так как опора «0» принадлежит первому пролету, находящемуся слева от загруженного, значение опорного момента M_0 определяем, используя левое фокусное отношение первого пролета:

$$k_1^{\text{лев.}} = \left| \frac{M_1}{M_0} \right|, \text{ откуда } M_0 = -\frac{M_1}{K_1^{\text{лев}}} = -\frac{-7,59}{2} = 3,795$$

Построим эпюру (см. рис. 8)

в) рассмотрим временную нагрузку $q_{\text{врем}}$ на правой консоли: определяем опорный

$$\text{момент на крайней правой опоре «2»}: M_2 = -\frac{q_2 \cdot c^2}{2} = -\frac{1,2 \cdot 4}{2} = -2,4$$

для построения эпюры моментов во втором пролете, примыкающем к загруженной консоли, воспользуемся левым фокусным отношением второго пролета и определим опорный момент на опоре «1»

$$k_2^{\text{лев.}} = \left| \frac{M_2}{M_1} \right|, \text{ откуда } M_1 = -\frac{M_2}{K_2^{\text{лев}}} = -\frac{-2,4}{3,2} = 0,75$$

для построения эпюры моментов в первом пролете, воспользуемся левым фокусным отношением первого пролета и определим опорный момент на опоре «0»:

$$k_1^{\text{лев.}} = \left| \frac{M_1}{M_0} \right|, \text{ откуда } M_0 = -\frac{M_1}{K_1^{\text{лев}}} = -\frac{0,75}{2} = -0,375$$

Построим эпюру (см. рис. 9)

12. Расчет ординат огибающей эпюры моментов

Огибающая эпюра изгибающих моментов представляет собой эпюру расчетных изгибающих моментов от совместного действия постоянной и временной нагрузок и имеет две ветви - ветвь максимума и ветвь минимума.

Ординаты ветви максимума $M_{\max}$ и ветви минимума $M_{\min}$ определяются как сумма ординаты эпюры моментов от действия постоянной нагрузки $M_{\text{пост}}$ и ординат эпюр моментов от действия временной нагрузки

$$M_{\max} = M_{\text{пост}} + \sum M_{\text{вр.полож}}$$

$$M_{\min} = M_{\text{пост}} + \sum M_{\text{вр.отриц}}$$

Промежуточные ординаты эпюры моментов от постоянной нагрузки определяются в зависимости от вида приложенной нагрузки в рассматриваемом пролете; Промежуточные ординаты эпюры моментов от временной нагрузки, приложенной в рассматриваемом пролете, определяются следующим выражением:

$$M_x = \frac{M_{\text{прав}}}{l} x + \frac{M_{\text{лев}}}{l} (l - x) + \frac{q_{\text{вр}} \cdot x}{2} (l - x),$$

где: M_x - изгибающий момент в сечении, расположенном на расстоянии x от левой опоры рассматриваемого пролета

$M_{\text{прав}}$ - правый опорный момент от действия временной нагрузки

$M_{\text{лев}}$ - левый опорный момент от действия временной нагрузки

Промежуточные ординаты эпюры моментов от временной нагрузки, приложенной вне рассматриваемого пролета, определяются по прямо пропорциональной зависимости, т.к. эпюра моментов в этом случае в рассматриваемом пролете прямолинейна.

По условию задачи построение огибающей эпюры моментов необходимо выполнить в пределах второго пролета, поэтому расчет промежуточных ординат на эпюрах моментов производим только в пределах второго пролета. Промежуточные сечения назначаем на расстоянии $x=0,25l_1$, $x=0,5l_1$ и $x=0,75l_1$ от левой опоры «1».

При действии временной нагрузки в первом пролете:

Эпюра моментов рассчитана и построена (см.рис7). Изгибающие моменты в промежуточных сечениях второго пролета от действия временной нагрузки приложенной в первом пролете определяем, используя выражение

$$\begin{aligned} M_x &= \frac{M_{\text{прав}}}{l} x + \frac{M_{\text{лев}}}{l} (l - x) = \frac{M_2}{l_2} \cdot x + \frac{M_1}{l_2} \cdot (l_2 - x) = \\ &= \frac{0}{9} \cdot x + \frac{-1,8}{9} (9 - x) = \frac{-1,8}{9} (9 - x) = -0,2 \cdot (9 - x) \end{aligned}$$

$$\text{При } x = \frac{l_2}{4} = \frac{9}{4} = 2,25(\text{м})$$

$$M_x = -0,2 \cdot (9 - x) = -0,2 \cdot (9 - 2,25) = -1,35$$

$$\text{При } x = \frac{l_2}{2} = \frac{9}{2} = 4,5(\text{м})$$

$$M_x = -0,2 \cdot (9 - x) = -0,2 \cdot (9 - 4,5) = -0,9$$

При $x = \frac{3l_2}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4} = 6,75(м)$
 $M_x = -0,2 \cdot (9 - x) = -0,2 \cdot (9 - 6,75) = -0,45$

При действии временной нагрузки во втором пролете

Эпюра моментов рассчитана и построена (см. рис.8). Изгибающие моменты в промежуточных сечениях второго пролета от действия временной нагрузки приложенной во втором пролете определяем, используя выражение

$$M_x = \frac{M_{прав}}{l} x + \frac{M_{лев}}{l} (l - x) + \frac{q_{ep} \cdot x}{2} (l - x) = \frac{M_2}{l_2} \cdot x + \frac{M_1}{l_2} \cdot (l_2 - x) + \frac{q_{ep} \cdot x}{2} \cdot (l_2 - x) =$$

$$= \frac{0}{9} \cdot x + \frac{-7,59}{9} (9 - x) + \frac{1,2 \cdot x}{2} \cdot (9 - x)$$

При $x = \frac{l_2}{4} = \frac{9}{4} = 2,25(м)$
 $M_x = \frac{0}{9} \cdot x + \frac{-7,59}{9} (9 - x) + \frac{1,2 \cdot x}{2} \cdot (9 - x) = \frac{-7,59}{9} (9 - x) + \frac{1,2 \cdot x}{2} (9 - x) =$
 $= \frac{-7,59}{9} (9 - 2,25) + \frac{1,2}{2} \cdot 2,25 (9 - 2,25) = 3,41$

При $x = \frac{l_2}{2} = \frac{9}{2} = 4,5(м)$
 $M_x = \frac{0}{9} \cdot x + \frac{-7,59}{9} (9 - x) + \frac{1,2 \cdot x}{2} \cdot (9 - x) = \frac{-7,59}{9} (9 - x) + \frac{1,2 \cdot x}{2} (9 - x) =$
 $= \frac{-7,59}{9} (9 - 4,5) + \frac{1,2}{2} \cdot 4,5 (9 - 4,5) = 8,35$

При $x = \frac{3l_2}{4} = \frac{27}{4} = 6,75(м)$
 $M_x = \frac{0}{9} \cdot x + \frac{-7,59}{9} (9 - x) + \frac{1,2 \cdot x}{2} \cdot (9 - x) = \frac{-7,59}{9} (9 - x) + \frac{1,2 \cdot x}{2} (9 - x) =$
 $= \frac{-7,59}{9} (9 - 6,75) + \frac{1,2}{2} \cdot 6,75 (9 - 6,75) = 7,216$

При действии временной нагрузки, приложенной на консоли:

Эпюра моментов рассчитана и построена (см.рис9).

Изгибающие моменты в промежуточных сечениях второго пролета от действия временной нагрузки, приложенной на консоли, определяем, используя выражение

$$M_x = \frac{M_{прав}}{l} x + \frac{M_{лев}}{l} (l - x) = \frac{M_2}{l_2} \cdot x + \frac{M_1}{l_2} \cdot (l_2 - x) =$$

$$= \frac{-2,4}{9} \cdot x + \frac{0,75}{9} (9 - x)$$

При $x = \frac{l_2}{4} = \frac{9}{4} = 2,25(м)$ ²

$$M_x = \frac{-2,4}{9} \cdot x + \frac{0,75}{9} (9 - x) = \frac{-2,4}{9} \cdot 2,25 + \frac{0,75}{9} (9 - 2,25) = -0,0375$$

При $x = \frac{l_2}{2} = \frac{9}{2} = 4,5(м)$ ²

$$M_x = \frac{-2,4}{9} \cdot 4,5 + \frac{0,75}{9} (9 - 4,5) = -0,825$$

При $x = \frac{3l_2}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4} = 6,75(м)$ ²

$$M_x = \frac{-2,4}{9} \cdot 6,75 + \frac{0,75}{9} (9 - 6,75) = -1,61$$

Расчет ординат огибающей (объемлющей) эпюры изгибающих моментов производим в табличной форме.

Таблица подсчета ординат объемлющей эпюры моментов:

Сечение	Абсцисса сечения	Момент от постоянной нагрузки	Момент от временной нагрузки, приложенной в пределах			Ординаты объемлющей эпюры моментов	
			первого пролёта	второго пролёта	правой консоли	М _{мах} кНм	М _{мин} кНм
1		-7,18	-1,8	-7,59	0,75	-6,43	-16,57
	$x = 0,25l$	-0,56	-1,35	3,41	-0,0375	2,85	-1,947
	$x = 0,5l$	6,06	-0,9	8,35	-0,825	14,41	4,335
	$x = 0,75l$	1,43	-0,45	7,216	-1,61	8,646	-0,63
2		-3,2	0	0	-2,4	-3,2	-5,6
К	0	0	0	0	0	0	0

3. По результатам подсчёта строим объемлющую эпюру моментов (см. рис. 10)

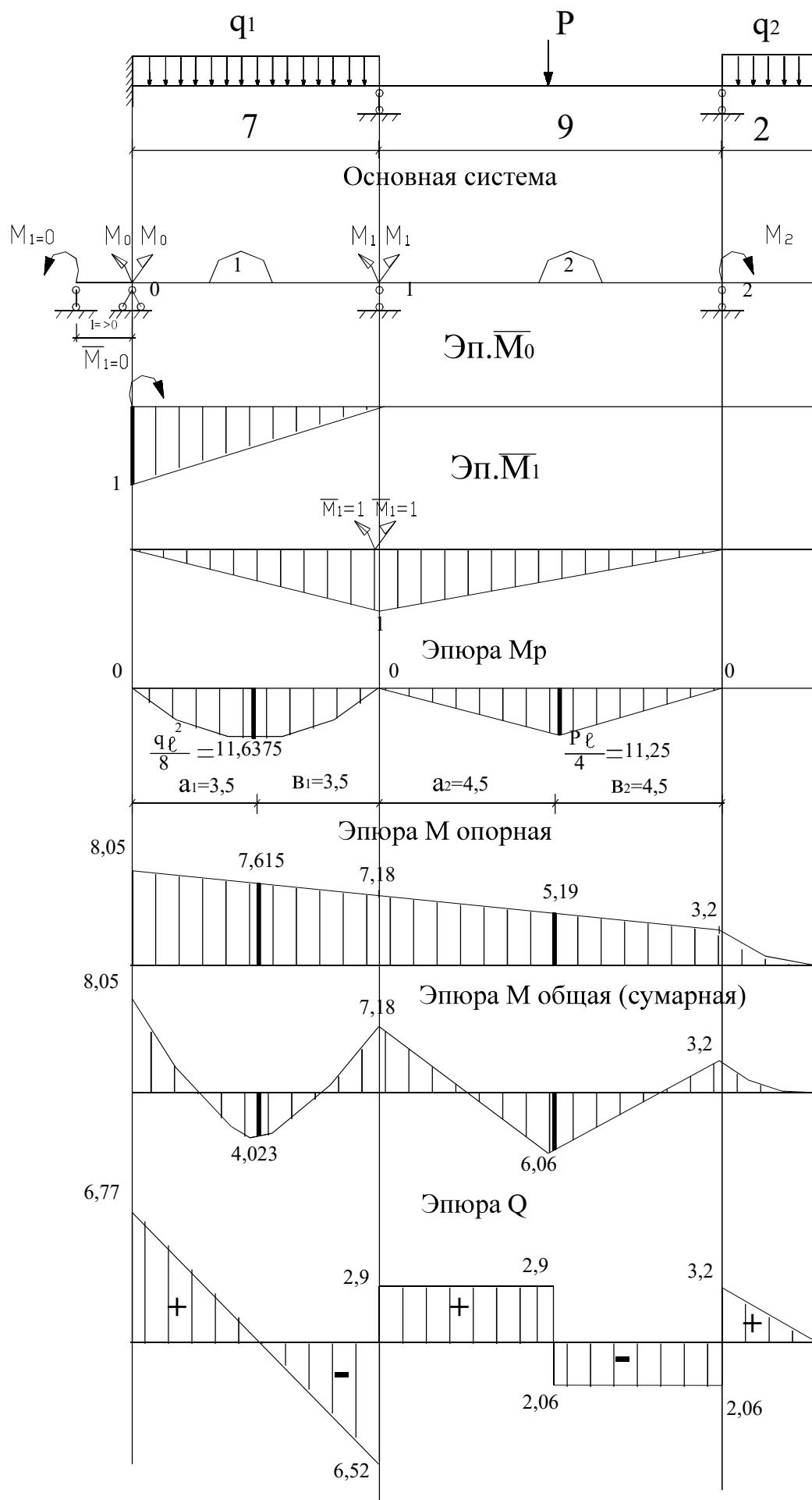


Рис. 1

Рис. 2

Рис. 3

Рис. 4

Рис. 5

Рис. 6

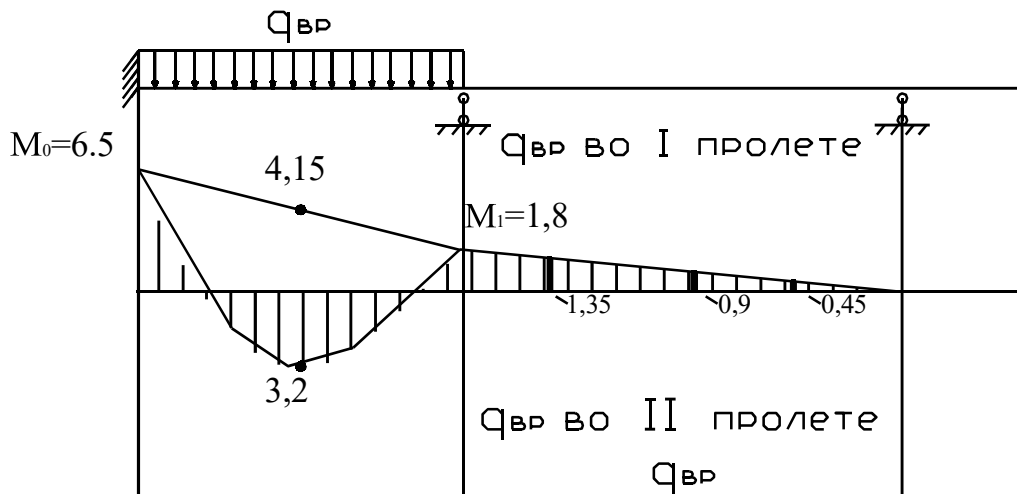


Рис.7

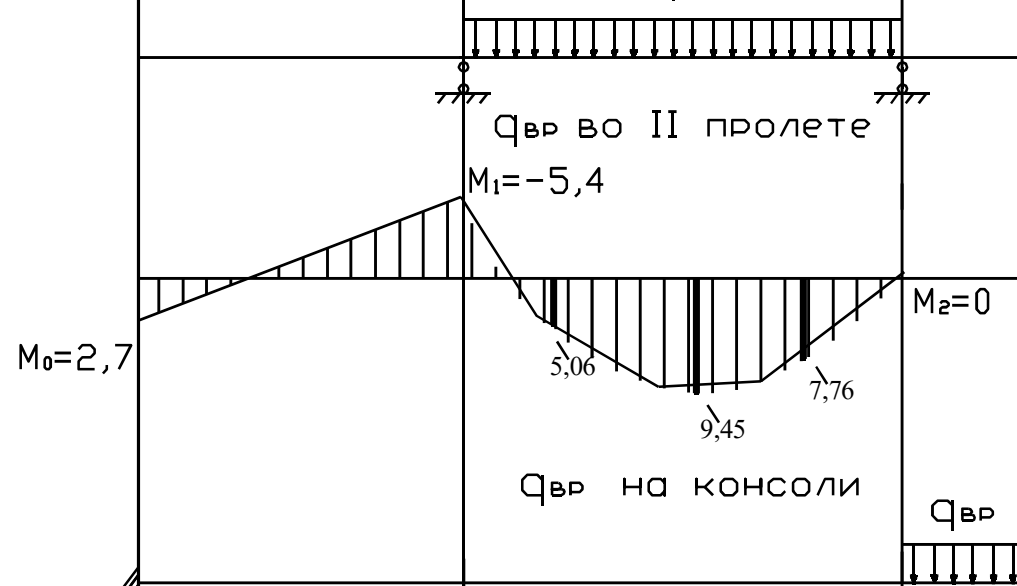


Рис.8

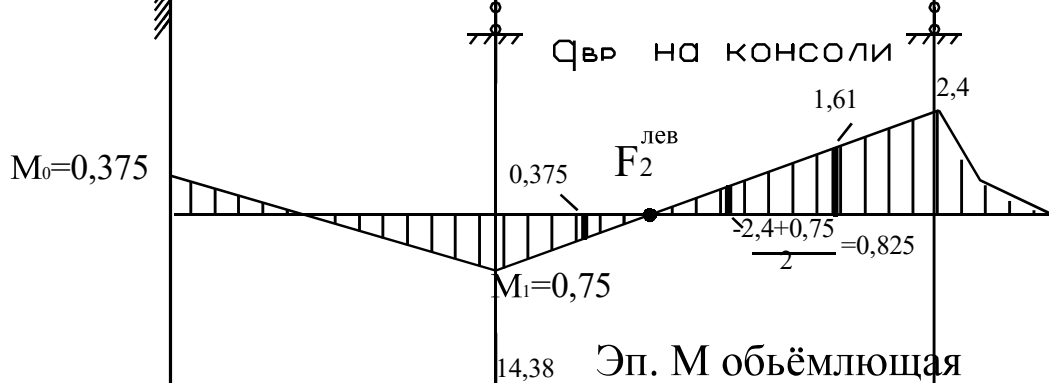


Рис.9

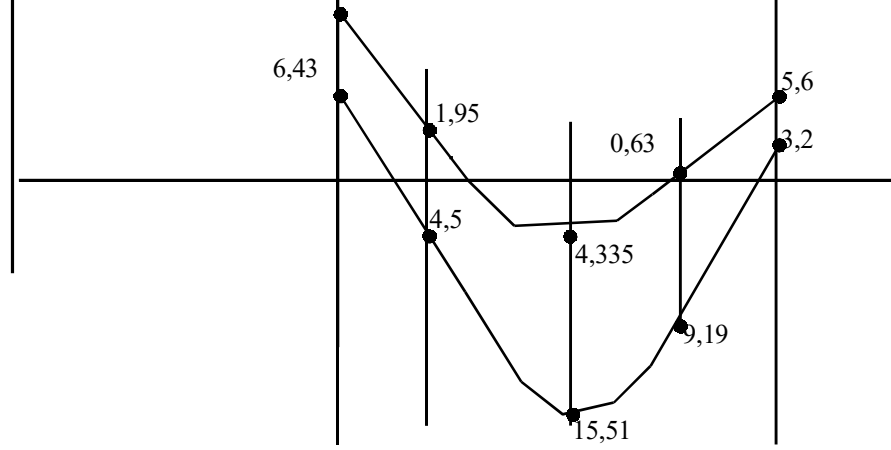


Рис.10

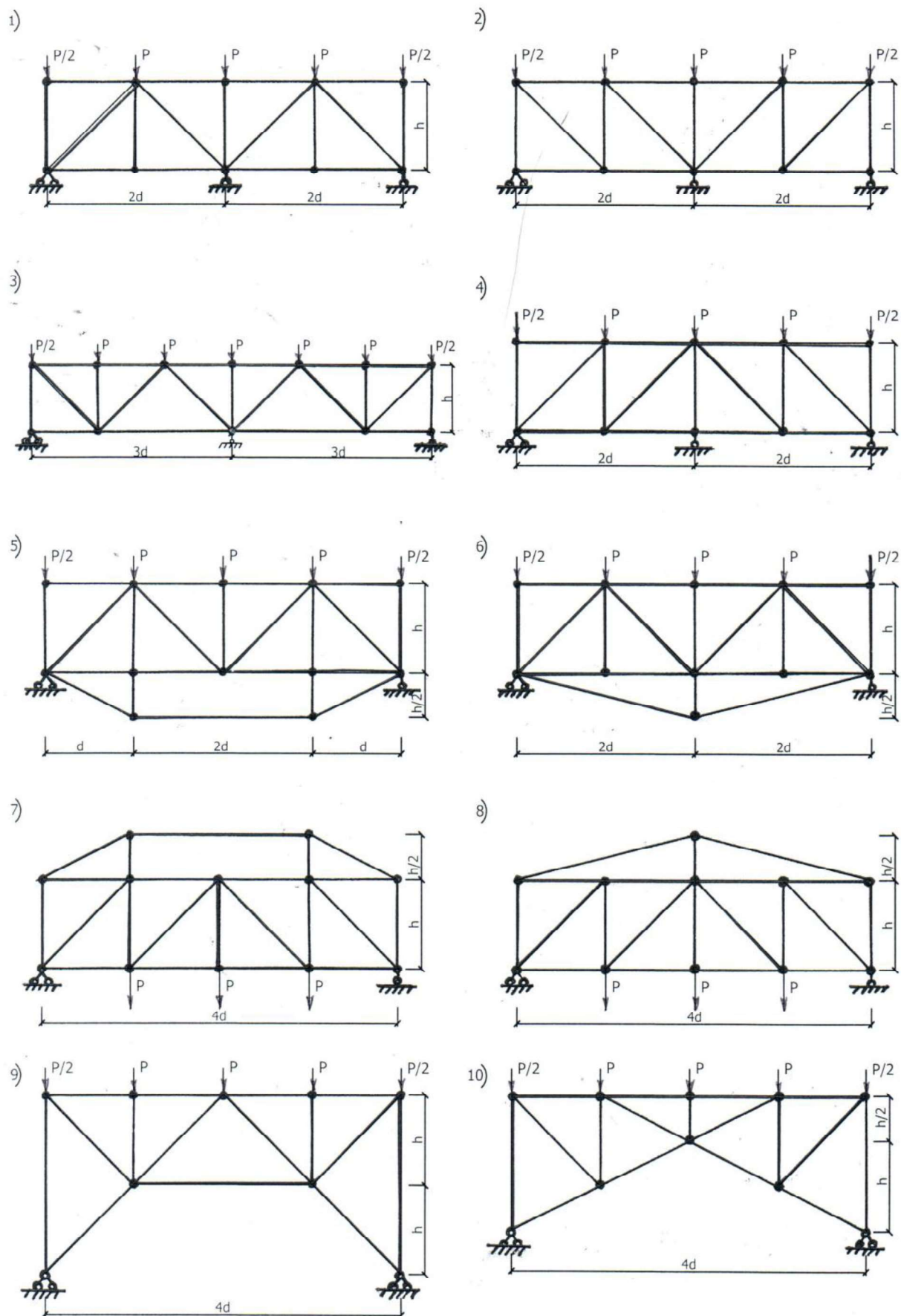
Задача №6

Расчет статически неопределимой фермы.

Для статически неопределимой фермы с выбранными по шифру размерами и нагрузкой требуется определить усилия во всех стержнях.

Исходные данные

Первая цифра шифра	d, м.	Площадь сечения стержней		Вторая цифра шифра	P, кН	Площадь сечения стержней		Третья цифра шифра (№ схемы)	h, м
		Нижнего пояса	Верхнего пояса			решетки	Элемента шпренгеля		
1	3,0	1,0А	1,5А	1	2,5	1,2А	1,0А	1	3,2
2	3,2	1,2А	1,7А	2	3	1,0А	1,5А	2	3,0
3	3,4	1,4А	2А	3	4,0	2А	0,8А	3	3,1
4	3,5	1,6А	1,6А	4	5,0	0,8А	1,1А	4	2,9
5	3,7	1,8А	1,4А	5	5,5	0,9А	0,9А	5	2,8
6	4,0	1,3А	1,3А	6	4,5	1,3А	1,2А	6	3,3
7	4,2	1,5А	1,5А	7	6,0	1,1А	1,3А	7	3,4
8	4,5	1,7А	1,1А	8	6,5	1,5А	1,4А	8	2,7
9	3,8	1,1А	1,2А	9	7,0	0,7А	1,5А	9	3,5
0	4,4	2А	1,8А	0	8,0	1,5А	0,8А	0	3,6



Схемы к задаче № 6

Расчет статически неопределимых шарнирно-стержневых ферм методом сил.

При расчете статически неопределимых ферм различают два вида статически неопределимых ферм – внешне статически неопределимые и внутренне статически неопределимые. Примерами **внешне** статически неопределимых ферм являются:

- а) неразрезная ферма (один раз статически неопределимая);
- б) двухшарнирная арочная ферма (один раз статически неопределимая).

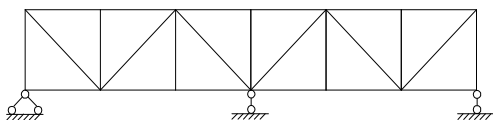


рис. а

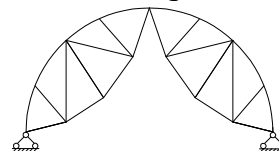


рис. б

К **внутренне** статически неопределимым относятся некоторые комбинированные системы, например, ферма с треугольной затяжкой (рис. в), много-решетчатые (рис. г) и различные фермы со сложными решетками типа Гау-Журавского (рис. д), и др.

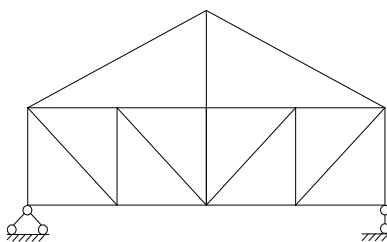


рис.в

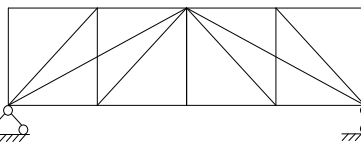


рис.г

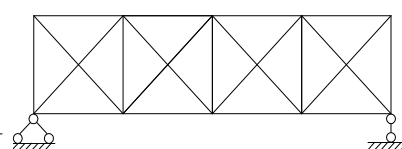


рис.д

Степень статической неопределимости (или количество неизвестных в методе сил n , или число лишних связей l) для шарнирно-стержневых ферм определяется по формуле:

$$C_{сн} = n = l = C + C_0 - 2U,$$

где: C – количество стержней фермы,
 C_0 – количество опорных связей,
 U – количество узлов.

Основная система метода сил в шарнирно-стержневых фермах – статически определимая, геометрически неизменяемая ферма, полученная из заданной путем отбрасывания лишних (внутренних или внешних) связей. При этом действие отброшенных связей заменяется действием неизвестных сил: при отбрасывании лишних внутренних связей – усилиями, направленными вдоль оси отброшенного стержня, при отбрасывании лишних

внешних связей – усилиями, направленными по линии действия отброшенной связи.

Общий ход и логика расчета статически неопределимой фермы при заданных размерах поперечных сечений стержней те же, что и для статически неопределимых рам. Канонические уравнения метода сил имеют вид:

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2 + \dots + \delta_{1n} \cdot x_{1n} + \Delta_{1p} = 0 \\ \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2 + \dots + \delta_{2n} \cdot x_{1n} + \Delta_{2p} = 0 \\ \delta_{31} \cdot x_1 + \delta_{32} \cdot x_2 + \dots + \delta_{3n} \cdot x_{1n} + \Delta_{3p} = 0 \end{cases}$$

Особенность расчета статически неопределимых шарнирно-стержневых ферм методом сил состоит в определении перемещений. Так как в стержнях ферм возникают только продольные (нормальные) силы, перемещения определяются по формулам:

$$\delta_{ip} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\bar{N}_{iK} \bar{N}_{iK}}{EA_i} l_i \quad \Delta_{ip} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\bar{N}_{iK} N_{ip}}{EA_i} l_i$$

где: $\bar{N}_{iK}$ – усилие в каждом i -том стержне от действия силы $\bar{X}_{iK} = 1$,

N_{ip} – усилие в каждом i -том стержне от действия сил грузового состояния,

EA_i – жесткость поперечного сечения i -того стержня,

l_i – длина i -того стержня,

n – количество стержней фермы.

Определение коэффициентов при неизвестных и свободных членов канонических уравнений метода сил рекомендуется проводить в табличной форме.

Найденные значения коэффициентов при неизвестных и свободных членов подставляются в канонические уравнения метода сил, решением которых определяются значения сил X_1, X_2, X_3 .

Усилия в стержнях определяются по формуле:

$$N_i = \bar{N}_{i1} \cdot X_1 + \bar{N}_{i2} \cdot X_2 + \dots + \bar{N}_{in} \cdot X_n + N_{ip}$$

Проверка правильности решения производится по формулам:

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{N_{i1} N_{ip}}{EA_i} l_i = 0, \quad \Delta_2 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{N_{i2} N_{ip}}{EA_i} l_i = 0, \quad \Delta_3 = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{N_{i3} N_{ip}}{EA_i} l_i = 0$$

Пример расчета статически неопределимой фермы

Для статически неопределимой фермы с выбранными по шифру размерами и нагрузкой требуется определить усилия во всех стержнях.

Исходные данные:

$$d = 3,2 \text{ м}$$

$$h = 3,2 \text{ м}$$

$$P = 5 \text{ кН}$$

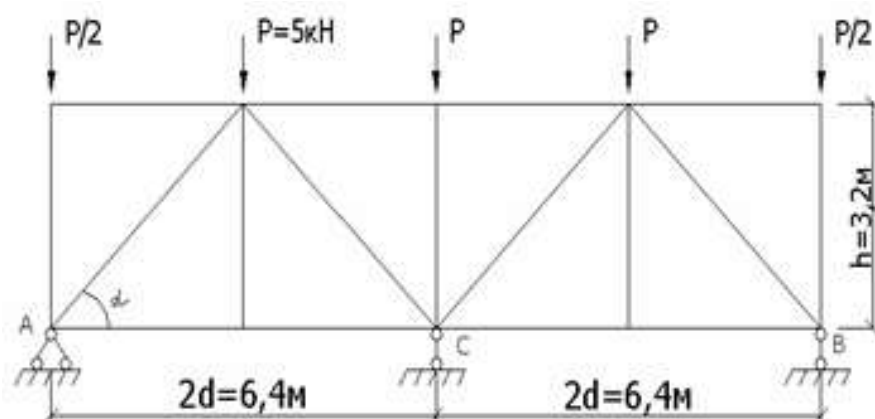
Площади сечений:

нижнего пояса – 1,2 А

верхнего пояса – 1,7А

решетки – 0,8 А

схема № 1



Решение:

Определяем степень статической неопределимости: $n = C + C_0 - 2Y$,

где:

C - число стержней фермы, в рассчитываемой ферме число стержней $C = 17$;

C_0 - число опорных стержней, в рассчитываемой ферме число связей опорных $C_0 = 4$;

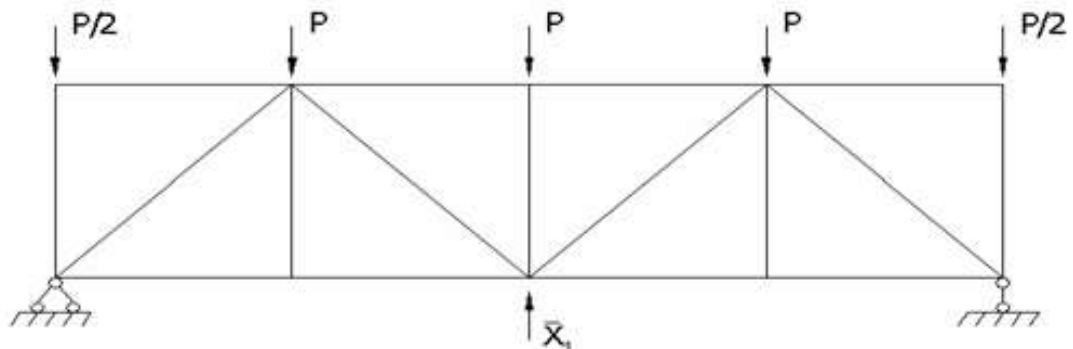
Y – число узлов фермы, в рассчитываемой ферме число узлов $Y = 10$

$$n = 17 + 4 - 20 = 1,$$

Таким образом, система один раз статически неопределима.

Заметим также, что число опорных стержней $C_0 = 4$ больше трех, ферма внешне статически неопределима.

1. Выбираем основную систему метода сил. Так как ферма симметрична, основную систему также выбираем симметричную, удалим средний опорный стержень и действие отброшенной связи заменим вертикальной неизвестной силой X_1 .



3. Каноническое уравнение метода сил имеет вид:

$$\delta_{11} \cdot x_1 + \Delta_{1p} = 0$$

где перемещение по направлению отброшенной связи от действия

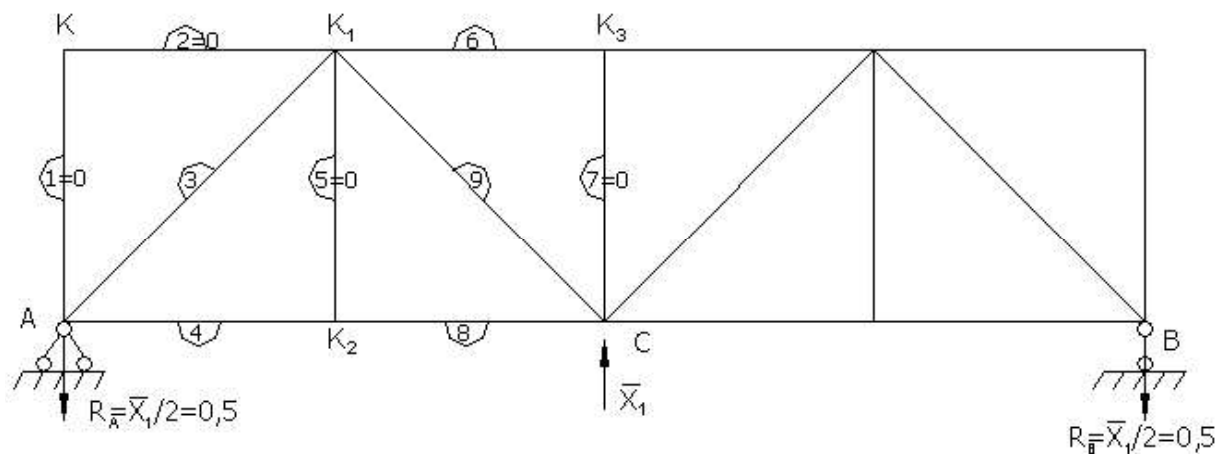
силы $\bar{X}_1 = 1$ определяется по формуле $\delta_{11} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\bar{N}_{i1} \bar{N}_{i1} l_i}{EA_i}$

перемещение по направлению отброшенной связи от действия приложенных сил P определяется по формуле:

$$\Delta_{iP} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\bar{N}_{iK} N_{iP} l_i}{EA_i}$$

Для определения всех входящих в выражения усилий рассмотрим единичное и грузовое состояние.

1. Рассмотрим единичное состояние: приложим по направлению отброшенной связи силу $\bar{X}_1 = 1$.



2. Определяем усилия во всех стержнях основной системы от действия единичной силы $\bar{X}_1 = 1$. Так как ферма симметрична и воздействие на нее так же симметрично, достаточно определить усилия только в стержнях левой половины рамы, усилия в симметричных стержнях равны между собой.

Опорные реакции в симметричной ферме при симметричной нагрузке равны между собой и каждая из них равна половине приложенной нагрузки, в единичном состоянии:

$$R_A = R_B = 0,5$$

Воспользуемся известными признаками нулевых стержней :

Двухстержневой узел K не нагружен, следовательно усилия в стержнях №1 и №2 равны нулю:

$$\bar{N}_{11} = 0, \bar{N}_{21} = 0$$

Трехстержневой узел K₁ не нагружен, следовательно усилие в стержне №5 равно нулю, а усилия в стержнях № 4 и № 8 равны между собой.

$$\bar{N}_{51} = 0, \bar{N}_{41} = \bar{N}_{81}$$

Трехстержневой узел K не нагружен, следовательно усилие в стержне №7 равно нулю, а усилия в стержнях № 6 и № 10 равны между собой

$$\bar{N}_{71} = 0, \bar{N}_{61} = \bar{N}_{101}$$

Вырезаем узел А:

$$\sum Y = 0$$

$$\bar{N}_{31} \cdot \sin \alpha - R_A = 0$$

$$\bar{N}_{31} = \frac{0,5}{\sin \alpha}$$

где:

$$\sin \alpha = \frac{l_5}{l_3} = \frac{3,2}{\sqrt{(3,2)^2 + (3,2)^2}} = \frac{3,2}{4,53} = 0,706$$

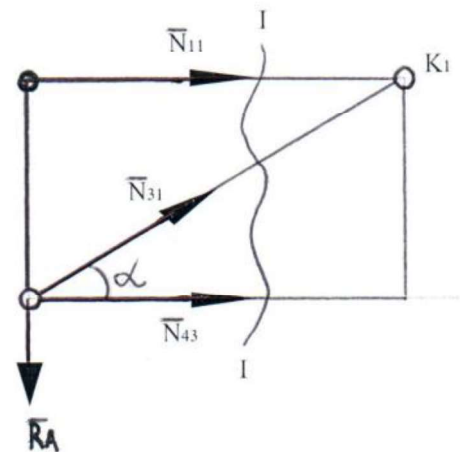
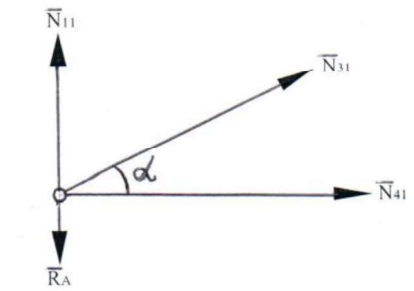
$$\bar{N}_{31} = \frac{0,5}{\sin \alpha} = \frac{0,5}{0,706} = 0,71$$

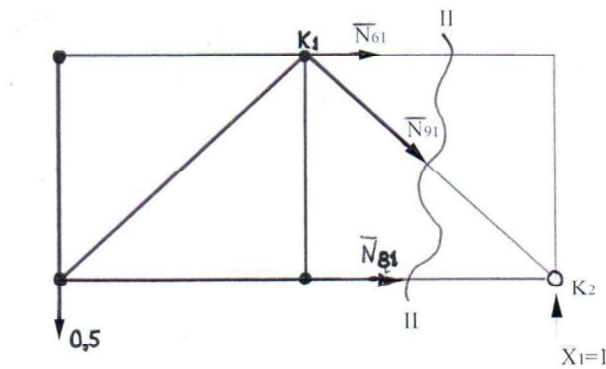
Проводим сечение I-I.

Определяем усилие в стержне №4. Два других из трех рассеченных стержней пересекаются в одной точке – точке K_1 , следовательно точка K_1 является моментной точкой. Составляем уравнение статического равновесия.

$$\sum M_{K_1} = 0$$

$$\sum M_{K_1} = \bar{N}_{41} \cdot h + R_A \cdot d = 0 \quad \bar{N}_{41} = -\frac{R_A \cdot d}{h} = -\frac{0,5 \cdot 3,2}{3,2} = -0,5 \text{ (кН)}$$





Проведем сечение II-II:

Определяем усилие в стержне №8.

Два других из трех рассеченных стержней пересекаются в одной точке K_1 , следовательно точка K_1 является моментной точкой.

Составляем уравнение статического равновесия:

$$\sum M_{K_1} = 0$$

$$\sum M_{K_1} = \bar{N}_{81} \cdot h + R_A \cdot d = 0 \quad \bar{N}_{81} = -\frac{R_A \cdot d}{h} = -\frac{0,5 \cdot 3,2}{3,2} = -0,5 \text{ (кН)}$$

Определяем усилие в стержне №6.

Два других из трех рассеченных стержней пересекаются в одной точке – точке C , следовательно точка C является моментной точкой. Составляем уравнение статического равновесия.

$$\sum M_C = 0 \quad \sum M_C = N_{61} \cdot h - R_A \cdot 2d = 0$$

$$\bar{N}_{61} = \frac{R_A \cdot 2d}{h} = \frac{0,5 \cdot 6,4}{3,2} = 1,0 \text{ (кН)}$$

Определяем усилие в стержне №9.

Два других из трех рассеченных стержней № 6 и № 8 параллельны и, следовательно, не пересекаются в одной точке, поэтому воспользуемся способом проекций. Составляем уравнение статического равновесия.

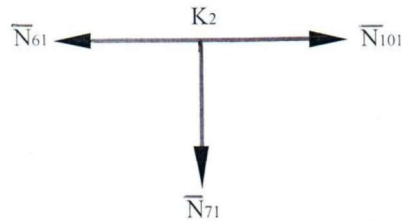
$$\sum Y = 0 \quad \sum Y = -\bar{N}_{91} \cdot \cos \beta - R_A = 0$$

$$\sum Y = -\bar{N}_{91} \cdot \cos \beta - R_A = 0$$

$$\cos \beta = \frac{l_5}{l_9} = \frac{3,2}{\sqrt{(3,2)^2 + (3,2)^2}} = \frac{3,2}{4,53} = 0.706$$

$$\bar{N}_{91} = -R_A \cdot \frac{1}{\cos \beta} = -\frac{0,5}{0,706} = -0,71$$

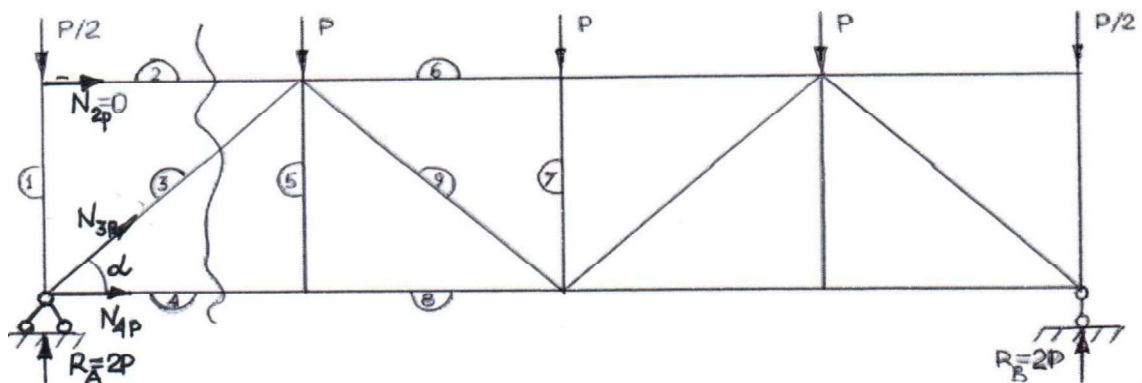
Для определения усилия в стержне № 7 вырежем узел К₃:



$$\sum Y = 0 - \bar{N}_{71} = 0$$

4. Производим расчет основной системы на действие внешней нагрузки:

Опорные реакции в симметричной ферме при симметричной нагрузке равны между собой и каждая из них равна половине приложенной нагрузки, в грузовом состоянии:



$$R_A = R_B = \frac{\sum P}{2} = 2P = 10 \text{ (кН)}$$

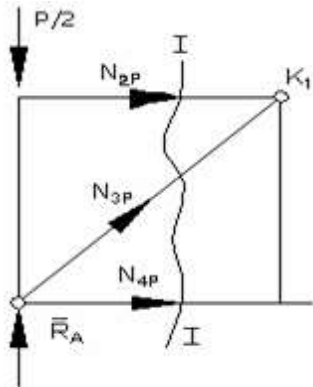
Рассмотрим равновесие узла К:

$$\sum Y = 0 \quad -N_{1P} - \frac{P}{2} = 0 \quad N_{1P} = -\frac{P}{2} = -2,5 \text{ (кН)}$$

$$\sum X = 0 \quad N_{2P} = 0$$

Рассмотрим равновесие узла K_2 :

$$\sum Y = 0 \quad N_{5P} = 0 \quad \sum X = 0 \quad N_{4P} = N_{8P}$$



Проведем сечение I-I:

Определяем усилие в стержне №4.

Оси двух других из трех рассеченных стержней пересекаются в одной точке - K_1 , следовательно точка K_1 является моментной точкой.

Составляем уравнение статического равновесия

$$\sum M_{K_1} = 0 \quad \sum M_{K_1} = N_{4P} \cdot h - R_A \cdot d + \frac{P}{2} \cdot d = 0$$

$$\sum M_{K_1} = N_{4P} \cdot h - R_A \cdot d + \frac{P}{2} \cdot d = 0$$

$$N_{4P} \cdot h - 2P \cdot d + \frac{P}{2} \cdot d = 0$$

$$\bar{N}_{4P} = (2P \cdot d - \frac{P}{2} \cdot d) \frac{1}{h} = \frac{P \cdot 1,5d}{h} = \frac{5 \cdot 4,8}{3,2} = 7,5 \text{ (кН)}$$

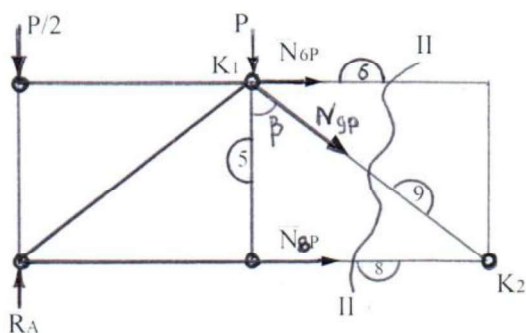
Определяем усилие в стержне № 3.

Два других из трех рассеченных стержней № 2 и № 4 параллельны и, следовательно, не пересекаются в одной точке, поэтому воспользуемся способом проекций. Составляем уравнение статического равновесия.

$$\sum Y = 0 \quad \sum Y = N_{3P} \cdot \sin \alpha + R_A - \frac{P}{2} = 0$$

$$N_{3P} = \frac{-R_A + \frac{P}{2}}{\sin \alpha} = \frac{-10 + 2,5}{0,706} = -10,55 \text{ (кН)}$$

Проведем сечение II-II



Определяем усилие в стержне №6.

Два других из трех рассеченных стержней пересекаются в одной точке - С, следовательно точка С является моментной точкой.

Составляем уравнение статического равновесия :

$$\sum M_C = 0$$

$$\sum M_C = N_{6P} \cdot h + R_A \cdot 2d - P \cdot d - \frac{P}{2} \cdot 2d = 0$$

$$N_{6P} = (-R_A \cdot 2d + P \cdot d + \frac{P}{2} \cdot 2d) \frac{1}{h} = (-10 \cdot 6,4 + 5 \cdot 3,2 + 2,5 \cdot 6,4) \frac{1}{3,2} = -10(\kappa H)$$

Определяем усилие в стержне № 9.

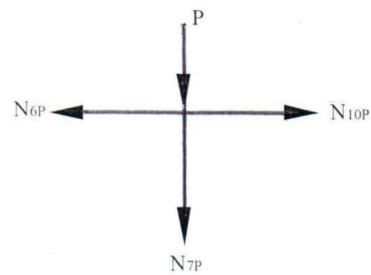
Два других из трех рассеченных стержней № 6 и № 8 параллельны, следовательно, их оси не пересекаются в одной точке, поэтому воспользуемся способом проекций. Составляем уравнение статического равновесия:

$$\sum Y = 0$$

$$\sum Y = -N_{9P} \cdot \cos \beta + R_A - P - \frac{P}{2} = 0$$

$$N_{9P} = \frac{R_A - P - \frac{P}{2}}{\cos \beta} = \frac{10 - 5 - 2,5}{0,706} = 3,52(\kappa H)$$

Для определения усилия в стержне №7 вырежем узел K3:



$$\sum Y = 0$$

$$-N_{7P} - P = 0$$

$$N_{7P} = -P = -5 \text{ (кН)}$$

5. Дальнейший расчет ведем в табличной форме:

(Пояснения по порядку заполнения приводятся ниже таблицы)

$N_{\text{стер-жня}}$	l_i	$\frac{A_0}{A_i}$	$\bar{N}_{il}$	N_{ip}	$\bar{N}_{il} l_i \frac{A_0}{A_i}$	$\bar{N}_{il}^2 l_i \frac{A_0}{A_i}$	$\bar{N}_{il} N_{ip} l_i \frac{A_0}{A_i}$	$\bar{N}_{il} \cdot X$	$N_i \cdot$	$\bar{N}_{il} N_i \cdot l_i \frac{A_0}{A_i}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	3,2	1,25	0	-2,5	0	0	0	0	-2,5	0
2	3,2	0,59	0	0	0	0	0	0	0	0
3	4,53	1,25	0,71	-10,55	4,02	2,85	-42,41	7,59	-2,96	-11,891738
4	3,2	0,85	-0,5	7,5	-1,36	0,68	-10,2	-5,34	2,15	-2,9286623
5	3,2	1,25	0	0	0	0	0	0	0	0
6	3,2	0,59	1	-10	1,888	1,89	-18,88	10,69	0,69	1,30865535
7	3,2	1,25	0	-5	0	0	0	0	-5	0
8	3,2	0,83	-0,5	7,5	-1,328	0,66	-9,96	-5,35	2,15	-2,8597526
9	4,53	1,25	-0,71	3,52	-4,02	2,85	-14,15	-7,59	-4,07	16,3714979
						$\Sigma = 8,94$	$\Sigma = -95,61$			$\Sigma = 0$
							$X = 10,69$			

Таким образом, в результате расчета реакция в средней опоре фермы оказалась равной $R_c = X_1 = 10,69 \text{ кН}$, усилия во всех стержнях фермы указаны в столбце «N».

Для проверки правильности расчета определяется перемещение по направлению отброшенной связи, для этого достаточно по каждому из стержней найти величину произведения вида $\frac{N_i \cdot \bar{N}_i \cdot l_i \cdot EA_0}{EA_i}$, а затем подсчитать сумму этих произведений. Если задача решена верно, полученная сумма произведений равна нулю, допустимая погрешность составляет 3%.

Пояснения к заполнению таблицы:

Таблица состоит из 11 столбцов

Число строк таблицы соответствует числу стержней фермы + 4 строки («шапка» таблицы, нумерация столбцов, строка суммарных значений, строка определения неизвестного X). Если ферма и основная система фермы симметричны, то можно сократить число строк таблицы, рассматривая только левую (или правую) половину фермы.

1 столбец содержит **номер** соответствующего стержня;

2 столбец содержит **длину** соответствующего стержня, для стержня, расположенного на оси симметрии и не имеющего, соответственно симметричного парного, необходимо уменьшить расчетную длину в два раза!

3 столбец содержит **отношение площадей поперечного сечения** $\frac{A_0}{A_i}$, в качестве A_0 принимают либо минимальную площадь элемента фермы, либо, как это сделано в рассматриваемом примере, некоторую площадь A , A_i - площадь соответствующего стержня;

4 столбец содержит $\bar{N}_{ii}$ - **усилие в соответствующем стержне от действия единичной силы в основной системе**, значение усилий в стержнях фермы в единичном состоянии определены при выполнении пункта 3 решения задачи;

5 столбец содержит $\bar{N}_{ip}$ - **усилие в соответствующем стержне от действия приложенной нагрузки в основной системе**, значение усилий в стержнях фермы в грузовом состоянии определены при выполнении пункта 4 решения задачи;

6 столбец содержит $\bar{N}_{ii} \cdot l_i \cdot \frac{A_0}{A_i}$ - **вспомогательное произведение**, получается при перемножении содержимого трех столбцов: № 2, № 3, № 4;

7 столбец содержит $\bar{N}_{il}^2 \cdot l_i \cdot \frac{A_0}{A_i}$ - произведение, получаемое при

перемножении содержимого двух столбцов: № 6 и № 4; По столбцу №7 производится суммирование, в результате получаем значение коэффициента при неизвестном канонического уравнения метода сил: $\sum \bar{N}_{il}^2 \cdot l_i \cdot \frac{A_0}{A_i} = \delta_{11};$

8 столбец содержит $\sum \bar{N}_{il} \cdot N_{ip} \cdot l_i \cdot \frac{A_0}{A_i}$ - произведение, получаемое при

перемножении содержимого двух столбцов: №6 и №5; По столбцу № 8 производится суммирование, в результате получаем значение свободного члена канонического уравнения метода сил: $\sum \sum \bar{N}_{il} \cdot N_{ip} \cdot l_i \cdot \frac{A_0}{A_i} = \Delta_{1p}.$

В последней строке столбца № 8 записываем значение неизвестной силы X_1 , величину которой определяем из канонического уравнения

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = -\frac{\sum \text{содержимого по столбцу №8}}{\sum \text{содержимого по столбцу №7}}$$

9 столбец содержит произведение $\bar{N}_{il} \cdot X_1$ - **усилие в соответствующем стержне от действия единичной силы умножаем на найденное значение си-лы X_1** , значение усилий в стержнях фермы в единичном состоянии определены при выполнении пункта 3 решения задачи, получается путем перемножения содержимого столбца № 4 на величину силы X_1 .

10 столбец содержит N_i - искомое усилие в соответствующем стержне от действия заданной нагрузки в заданной ферме. Определяется путем суммирования $\bar{N}_{il} \cdot X_1 + N_{ip}$, т.е. содержимого столбца № 9 и столбца № 5;

11 столбец содержит $\bar{N}_{il} \cdot N_i \cdot l_i \cdot \frac{A_0}{A_i}$ - произведение, получаемое при

перемножении содержимого двух столбцов: № 6 и № 10;

По столбцу № 11 производится суммирование, в результате получаем значение перемещения по направлению связи, которая была удалена в основной системе метода сил. Если решение задачи выполнено верно, сумма значений по столбцу № 11 должна быть равна нулю. Погрешность расчета не должна превышать 3%. Подсчитывая погрешность необходимо определить сумму положительных и сумму отрицательных значений, затем найти их сумму – это абсолютная погрешность, что бы выразить погрешность в процентах, достаточно абсолютную погрешность разделить на большую по абсолютной величине сумму (положительных или отрицательных) значений слагаемых.

Вопросы для самопроверки по теме: «Расчет статически неопределимых ферм».

1. Как определяется степень статической неопределимости для шарнирно-стержневых ферм?
2. Как определить, какому типу неопределимости («внешне неопределима» или «внутренне неопределима») соответствует заданная ферма?
3. Что представляет собой основная система метода сил в шарнирно-стержневых фермах?
4. Какой вид имеют канонические уравнения метода сил при расчете статически неопределимой фермы? В чем состоит смысл канонического уравнения?
5. Что представляет собой коэффициент при неизвестном канонического уравнения метода сил? Как определяется его величина?
6. Что представляет собой свободный член канонического уравнения метода сил? Как определяется его величина?
7. Какие упрощения возможны при расчете статически неопределимой фермы?
8. Какие аналитические методы и способы для определения усилий в стержнях статически определимых ферм вам известны?
9. Как выбирается метод и способ расчета усилия в стержне статически определимой фермы?
10. Почему при расчете усилий в стержнях статически определимой фермы отдается предпочтение методу сквозных сечений?
11. В каком случае при определении усилия методом сечений используется способ проекций?
12. Как определяется положение моментной точки?
13. Какие признаки нулевых стержней Вам известны?
14. Как определяется усилие в лишней связи статически неопределимой фермы?
15. Как определяются усилия в стержнях статически неопределимой фермы?
16. Как проверяется правильность решения статически неопределимой фермы?
17. В чем преимущества статически неопределимой фермы по сравнению со статически определимой?

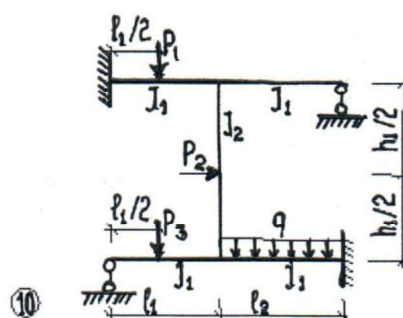
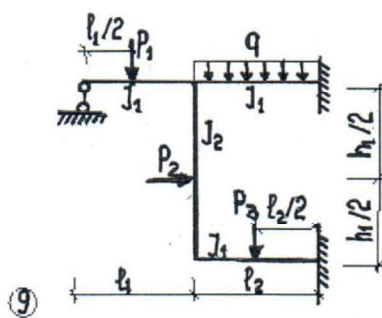
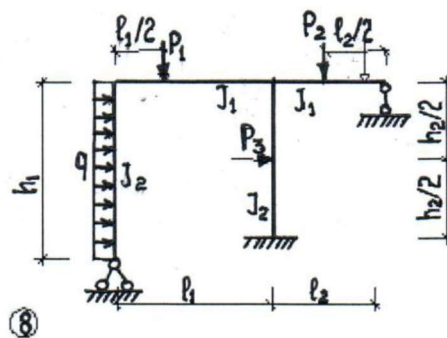
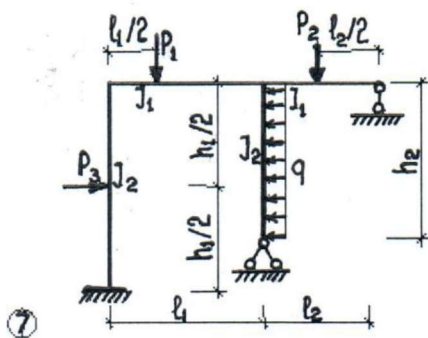
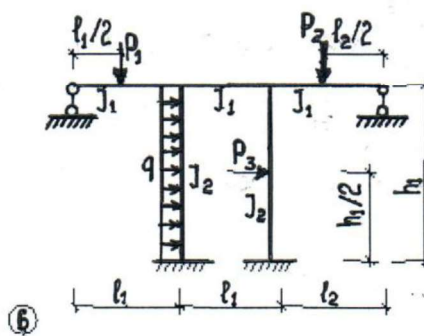
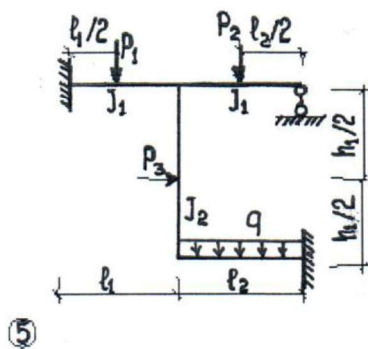
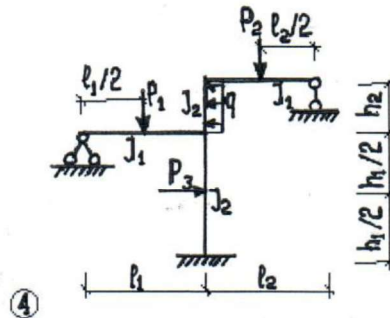
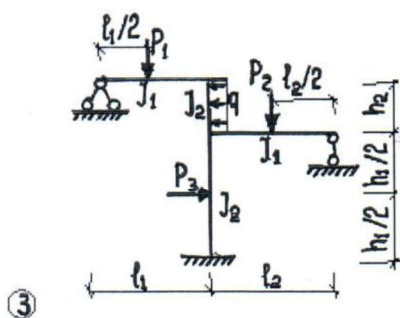
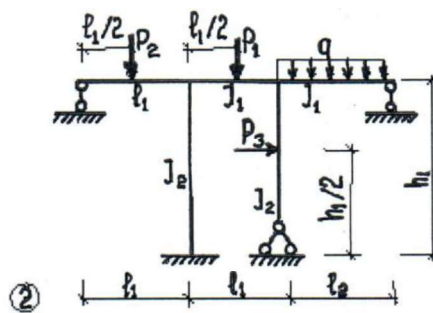
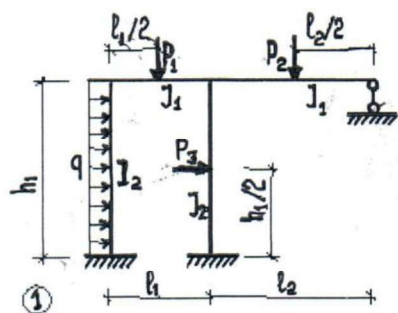
Задача № 7

Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений.

Для заданной статически неопределимой рамы требуется построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.

Исходные данные

Первая цифра шифра	L_1 , м	L_2 , м	q , кН/м	Вторая цифра шифра	h_1 , м	P_1	P_2	P_3	Третья цифра шифра (№ схемы)	h_2 , м	$I_1:I_2$
						кН					
1	4	6	1,8	1	3	4	0	0	1	0	1:2
2	5	5	2.0	2	4	0	4	0	2	0	2:1
3	6	4	2,2	3	5	5	0	0	3	5	2:3
4	3	5	2,4	4	9	0	5	0	4	6	3:2
5	7	8	2,5	5	6	6	0	0	5	0	1:3
6	8	7	2,7	6	7	0	6	0	6	0	3:1
7	9	10	3.0	7	8	0	0	7	7	9	3:4
8	10	9	2,3	8	5.5	7	0	0	8	10	4:3
9	12	4	2,1	9	10	0	0	6	9	0	4:1
0	4	12	3.2	0	4,5	0	7	0	0	0	1:4



Схемы к задаче №7

Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений.

При расчете статически неопределимых систем методом сил производится определение неизвестных усилий в лишних связях, а затем определяются внутренние усилия в любом сечении.

Рассматривая расчет статически неопределимых систем методом сил, мы убедились в том, что внутренние усилия в статически неопределимых системах возникают как при действии внешней нагрузки, так и при осадке опор, т.е. при смещении узлов.

Статически неопределимые системы можно решать и в обратном порядке: сначала определяют перемещения узлов рамы, а затем внутренние усилия, которые соответствуют таким перемещениям. Такой подход к расчету статически неопределимых систем принято называть методом перемещений.

При расчете рам методом перемещений используют следующие упрощения:

1. пренебрегают перемещениями узлов, возникающими от действия продольных и поперечных сил, т.е. стержни считаются несжимаемыми и нерастяжимыми.
2. пренебрегают изменением длин элементов по сравнению с первоначальными длинами.
3. при изгибе стержня сближение его концов как от внешней нагрузки, так и от воздействия неизвестных перемещений не учитывается.

Неизвестными в методе перемещений являются угловые и линейные перемещения узлов.

Общее число неизвестных в методе перемещений называют **степенью кинематической неопределимости**. Подсчитывают степень кинематической неопределимости по формуле

$$n = n_y + n_l$$

где: n_y — количество неизвестных угловых перемещений узлов, которое равно числу жестких незакрепленных узлов рамы, т.е. жесткие опорные узлы в расчет не принимаются!

n_l —количество неизвестных линейных перемещений узлов, которое равно степени свободы преобразованной системы, т.е. системы, полученной из заданной при отбрасывании консолей и введении во все жесткие узлы, включая и опорные, полных шарниров (при этом жесткая заделка преобразуется в шарнирно неподвижную опору).

$$n_l = 2U - C,$$

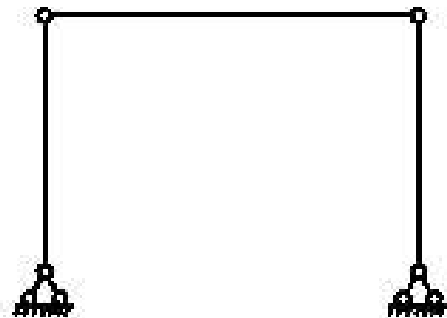
где: U — число узлов рамы,

C — число стержней рамы, включая и опорные.

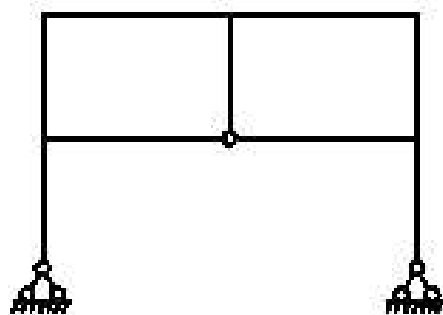
Рассмотрим несколько расчетных схем и определим количество неизвестных угловых « n_y » и количество неизвестных линейных « n_d » перемещений:



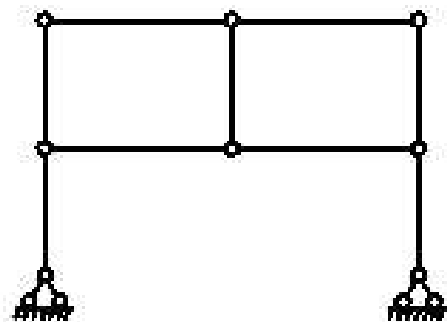
$$n_y = 2$$



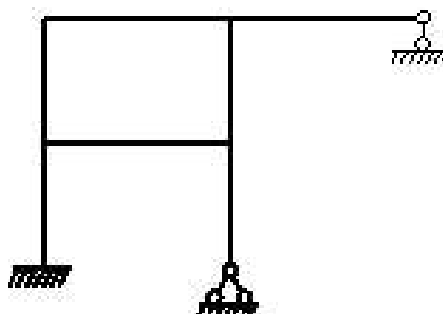
$$n_d = 2d - c = 8 - 7 = 1$$



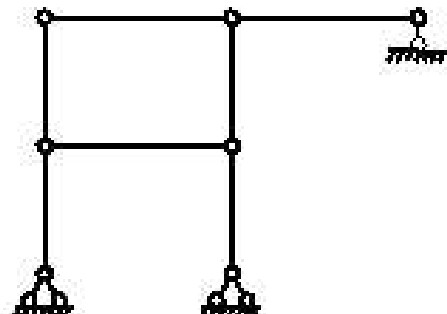
$$n_y = 5$$



$$n_d = 2d - c = 2 * 8 - 13 = 3$$



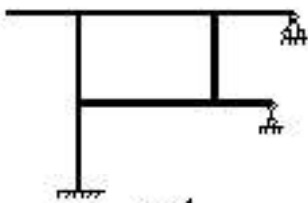
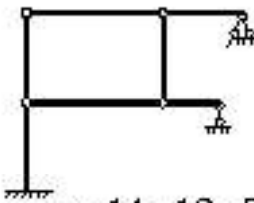
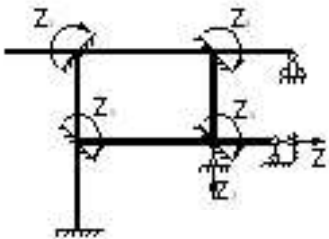
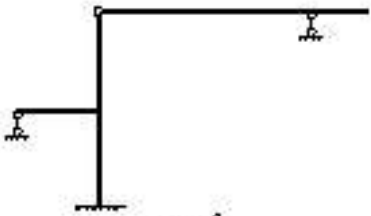
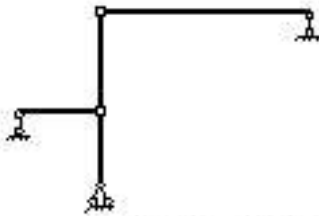
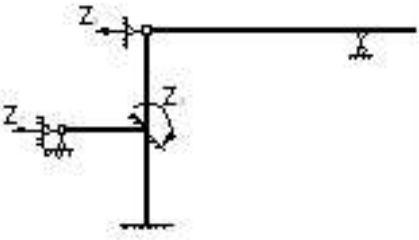
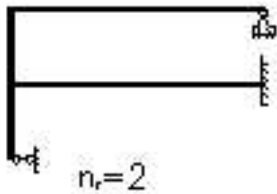
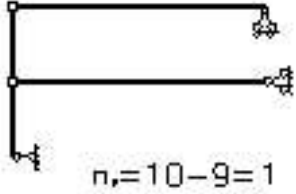
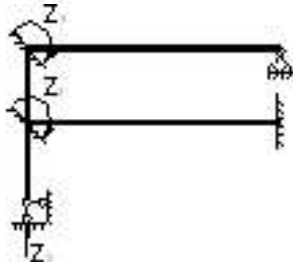
$$n_y = 4$$



$$n_d = 2d - c = 12 - 9 = 3$$

При расчете статически неопределимой системы методом перемещений заданную систему заменяют **основной системой метода перемещений**.

Основной системой метода перемещений называется кинематически определяемая система, полученная из заданной путем введения дополнительных связей, препятствующих всем возможным перемещениям узлов. При этом во все жесткие незакрепленные узлы рамы вводятся плавающие (скользящие) заделки, препятствующие только угловым перемещениям; по направлению возможных линейных перемещений узлов вводятся опорные стержни, препятствующие линейным перемещениям.

Заданная рама; число неизвестных угловых перемещений n_r	Рама, преобразованная введением шарниров; число возможных линейных перемещений n	Основная система метода перемещений
 $n_r = 4$	 $n = 14 - 12 = 2$	
 $n_r = 1$	 $n = 5 - 3 = 2$	
 $n_r = 2$	 $n = 10 - 9 = 1$	

В каждой из введенных связей возникают реактивные усилия от действия приложенной нагрузки и от перемещения узлов: в каждой введенной плавающей заделке возникает реактивный момент, а в каждом введенном опорном стержне возникает реактивная сила

Т.к. в основной системе введены дополнительные связи, которых нет в заданной системе, для полного соответствия систем необходимо, чтобы реактивные усилия во введенных связях равнялись бы нулю. Условия соответствия основной системы метода перемещений заданной системе записываются в виде канонических уравнений метода перемещений. Таким образом, каждое из канонических уравнений отрицает реактивное усилие во введенной связи:

$$\begin{cases} r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + \dots + r_{1n} \cdot Z_n + R_{1P} = 0 \\ r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + \dots + r_{2n} \cdot Z_n + R_{2P} = 0 \\ \dots \dots \dots \\ r_{n1} \cdot Z_1 + r_{n2} \cdot Z_2 + \dots + r_{nn} \cdot Z_n + R_{nP} = 0 \end{cases}$$

где $Z_1, Z_2, Z_3 \dots Z_n$ – неизвестные перемещения, соответственно, в первой, второй, ..., n -ной введенной связи.

r_{ik} – реактивное усилие в i -той введенной связи (реактивный момент во введенной заделке или реактивная сила во введенном стержне) от перемещения введенной k -той связи на величину $Z_k=1$.

R_{ip} – реактивное усилие в i -той введенной связи (реактивный момент в заделке или реактивная сила во введенном стержне) от действия приложенной нагрузки.

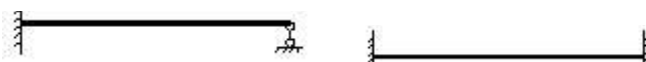
Определение коэффициентов при неизвестных канонических уравнений метода перемещений производится после построения в основной системе метода перемещений эпюр изгибающих моментов от действия единичных перемещений.

Определение свободных членов канонических уравнений метода перемещений производится после построения в основной системе метода перемещений эпюр изгибающих моментов от действия приложенной нагрузки.

Т.к. после введения дополнительных связей заданная рама представляет собой совокупность элементов двух видов:

1 - стержень, жестко защемленный в одном опорном узле и шарнирно закрепленным в другом опорном узле;

2 - стержень, жестко защемленный в одном и в другом опорном узле;

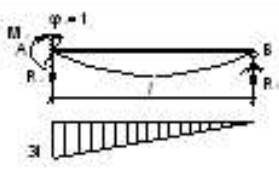
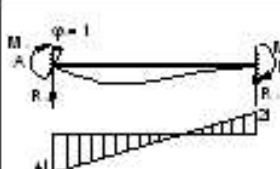
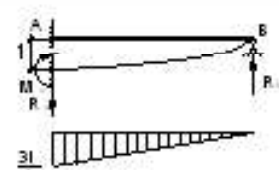
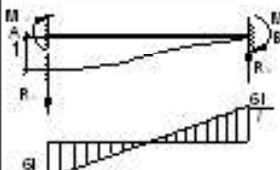
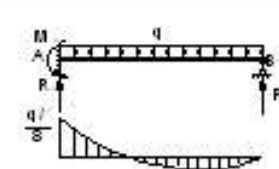
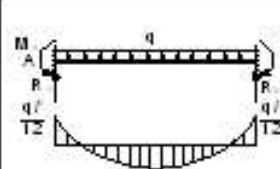
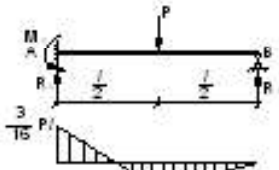
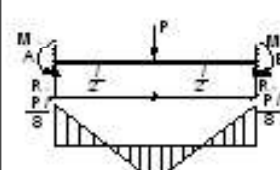
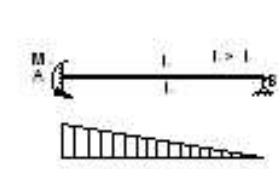
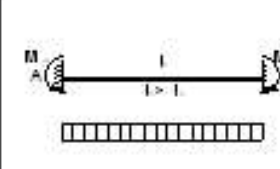
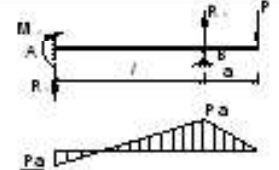
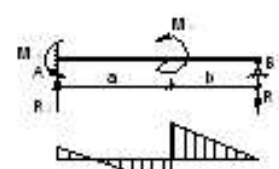
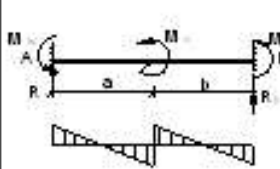


В зависимости от воздействия на элемент – единичного углового или линейного перемещения, или действия приложенной нагрузки, выполнены элементарные расчеты простейших однопролетных неразрезных балок методом сил.

Результаты расчета однопролетных балок (эпюры изгибающих моментов и значения опорных реакций) сведены в специальную таблицу. Пользуясь табличными значениями, несложно построить эпюры изгибающих моментов в сложной раме при действии нагрузки или при линейных или угловых перемещениях узлов.

Таблица 1

ТАБЛИЦА К РАСЧЕТУ РАМ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ:

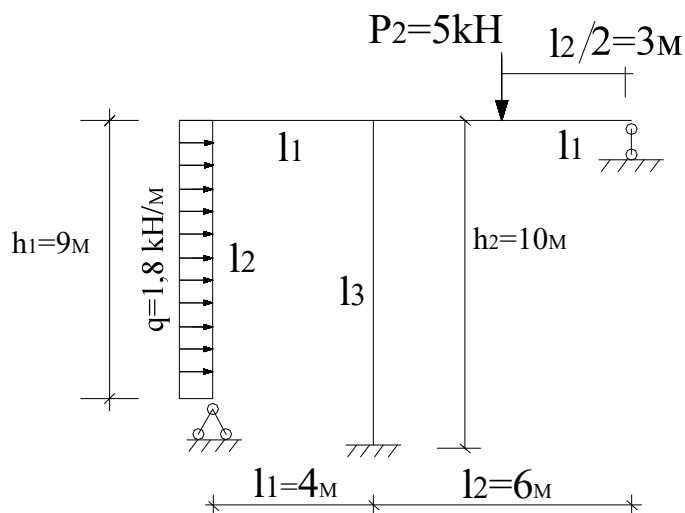
Воздействие на балку и эпюра моментов	Формулы реакций	Воздействие на балку и эпюра моментов	Формулы реакций
	$i = \frac{El}{l}$ $M_A = 3i$ $R_A = R_B = \frac{3i}{l}$		$i = \frac{El}{l}$ $M_A = 4i$ $M_B = 2i$ $R_A = R_B = \frac{6i}{l}$
	$M_A = \frac{3i}{l}$ $R_A = R_B = \frac{3i}{l^2}$		$M_A = M_B = \frac{6i}{l}$ $R_A = R_B = \frac{12i}{l^2}$
	$M_A = \frac{q l^2}{8}$ $R_A = \frac{5}{8} q l$ $R_B = \frac{3}{8} q l$		$M_A = M_B = \frac{q l^2}{12}$ $R_A = R_B = \frac{q l}{2}$
	$M_A = \frac{3}{16} P l$ $R_A = \frac{11}{16} P$ $R_B = \frac{5}{16} P$		$M_A = M_B = \frac{P l}{8}$ $R_A = R_B = \frac{P}{2}$
	$M_A = \frac{3 \alpha E I \Delta t}{2 h_0}$ $R_A = R_B = \frac{M_A}{l}$		$M_A = \frac{\alpha E I \Delta t}{h_0}$ $R_A = R_B = 0$
	$M_A = \frac{P a}{2}$ $R_A = \frac{3 P a}{2 l}$ $R_B = \frac{P}{2 l} (2 l + 3 a)$		
	$M_A = M_B = \frac{l^2 - 3 b^2}{2 l^2} M$ $R_A = \frac{3 M_0}{2 l^2} (l^2 - b^2)$ $R_B = \frac{3 M_0}{2 l^2} (l^2 - b^2)$		$M_A = M_B = \frac{3 a - l}{l^2} M$ $M_A = M_B = \frac{3 b - l}{l^2} M$ $R_A = R_B = \frac{6 M_0 a b}{l^3}$

Пример расчета статически неопределимой рамы методом перемещений.

Для заданной статически неопределимой рамы требуется построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил.

Исходные данные:

$$\begin{aligned} L_1 &= 4 \text{ м} \\ L_2 &= 6 \text{ м} \\ h_1 &= 9 \text{ м} \\ P_1 &= 0 \text{ кН} \\ P_2 &= 5 \text{ кН} \\ P_3 &= 0 \text{ кН} \\ h_2 &= 10 \text{ м} \\ I_1/I_2 &= 4/3 \end{aligned}$$



Решение:

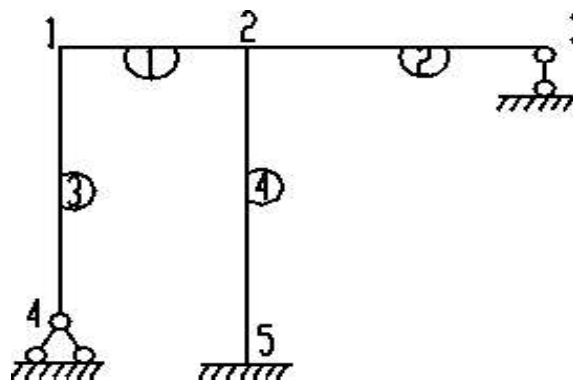
1. Определяем степень кинематической неопределимости, т.е. количество неизвестных метода перемещений:

$$n = n_y + n_l$$

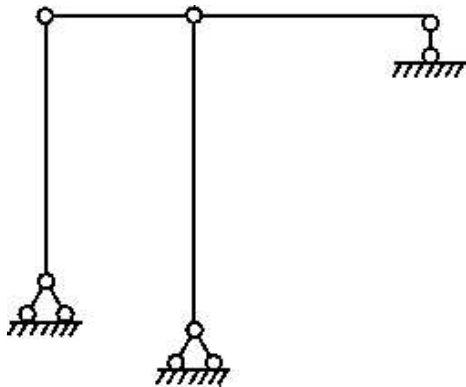
где n_y —количество возможных угловых перемещений узлов рамы,

n_l — количество возможных линейных перемещений узлов рамы.

Пронумеруем узлы и стержни рамы. Количество угловых перемещений n_y численно равно количеству жестких незакрепленных узлов рамы, в заданной раме два жестких незакрепленных узла - № 1 и № 2 (узел № 5 также жесткий, но он прикреплен к основанию «земле»), таким образом $n_y=2$:



Для определения количества линейных перемещений преобразуем заданную раму: для этого во все узлы рамы, включая и опорные, введем полные шарниры, при этом жесткая опорная заделка преобразуется в шарнирно неподвижную опору.



Количество возможных линейных перемещений определяем по формуле:

$$n_{\text{л}} = 2Y - C,$$

где:

Y – общее количество узлов рамы, включая и опорные,

C – количество стержней рамы, включая и опорные.

В заданной раме после преобразования $Y=5$, $C=9$, следовательно

$$n_{\text{л}} = 2 \cdot 5 - 9 = 1$$

2. Строим основную систему метода перемещений:

Во все жесткие незакрепленные узлы рамы вводим жесткие плавающие (скользящие) заделки, препятствующие повороту. В опорном узле 3 вводим дополнительный опорный стержень, препятствующий линейному перемещению узлов 1, 2, 3 по горизонтали.

Заделка, введенная в узел № 1 препятствует угловому перемещению Z_1 .

Заделка, введенная в узел № 2 препятствует угловому перемещению Z_2 .

Опорный стержень в узле № 3 препятствует линейному перемещению Z_3 .

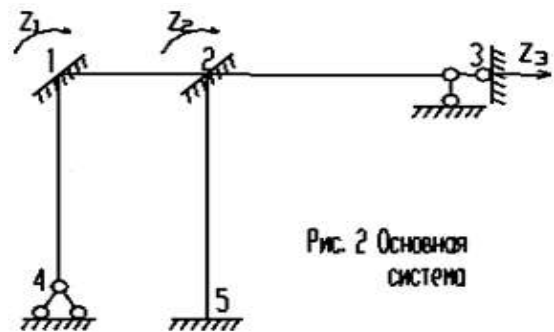


Рис. 2 Основная система

Направление перемещений выбираем произвольно: угловое перемещение направляем по ходу или против хода часовой стрелки, линейное перемещение – направляем вдоль оси введенного стержня.

Так как, введенный стержень препятствует горизонтальному перемещению, неизвестное Z_3 направляем вправо или влево .

3. Условия соответствия основной системе метода перемещений заданной раме запишем в виде канонических уравнений метода перемещений:

$$\begin{cases} r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + r_{13} \cdot Z_3 + R_{1P} = 0 \\ r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + r_{23} \cdot Z_3 + R_{2P} = 0 \\ r_{31} \cdot Z_1 + r_{32} \cdot Z_2 + r_{33} \cdot Z_3 + R_{3P} = 0 \end{cases}$$

4. Определяем погонные жесткости стержней: $i_k = \frac{EI_k}{l_k}$,

где: EI_k – жесткость рассматриваемого стержня, на основании заданного соотношения жесткостей EI_1 и EI_2 , выразим жесткость EI_1 через EI_2 , а за тем примем $EI_2=1$ и разделим на l_k – длину рассматриваемого стержня:

$$i_k = \frac{EI_k}{l_k},$$

погонная жесткость первого стержня: $i_1 = \frac{EI_1}{l_1}$

на основании заданного по условию задачи соотношения осевых моментов инерции I_1 и I_2 ,

$$I_1/I_2 = 4/3$$

Выразим соотношение жесткостей, EI_1 через EI_2 $EI_1 = \frac{4EI_2}{3}$

$$i_1 = \frac{EI_1}{l_1} = \frac{4EI_2}{3l_1}$$

подставим численное значение заданной длины стержня $L_1 = 4\text{м}$ и примем значение $EI_2 = 1$

$$i_1 = \frac{EI_1}{l_1} = \frac{4EI_2}{3l_1} = \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3}; \quad \text{аналогично } i_2 = \frac{EI_2}{l_2} = \frac{4EI_2}{3l_2} = \frac{4 \cdot 1}{3 \cdot 6} = \frac{2}{9}$$

$$i_3 = \frac{EI_2}{h_1} = \frac{1}{9}; \quad i_4 = \frac{EI_2}{h_2} = \frac{1}{10} = 0,1$$

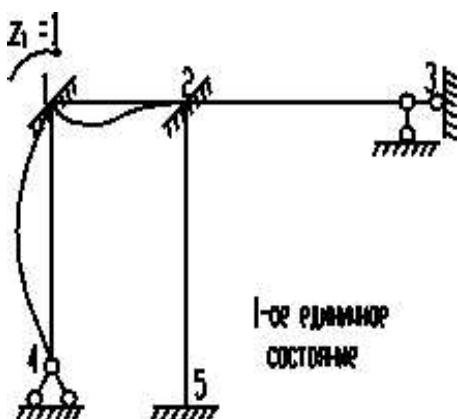
5. Определим коэффициенты и свободные члены канонических уравнений метода перемещений. Последовательно рассматриваем деформированные единичные состояния и строим эпюры моментов с помощью специальной таблицы (см. табл. 1)

а) Рассмотрим первое единичное состояние от действия поворота первой введенной заделки на угол $\bar{Z}_1 = 1$.

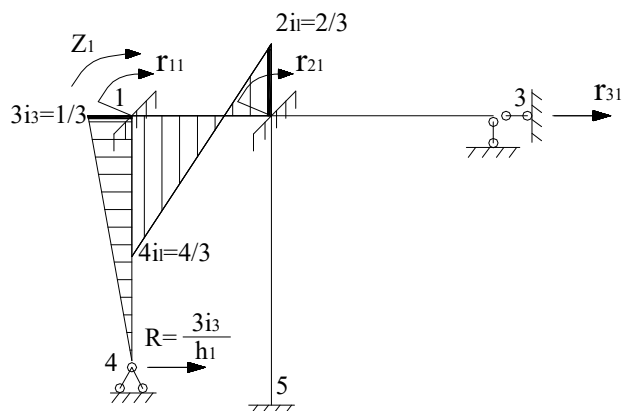
При повороте первой введенной заделки по ходу часовой стрелки на угол $\bar{Z}_1 = 1$ изгибаются оси двух стержней №1 и №3, которые связаны в узле 1. Стержень №1 (левый стержень ригеля) жестко зашпемлен в узле №1 и жестко зашпемлен в узле №2. Ось стержня искривилась таким образом, что растянутыми оказались нижние волокна вблизи узла №1 и верхние волокна вблизи узла №2.

В таблице 1 найдем соответствующую эпюру моментов и переносим ее на ось рамы – в жестком узле №1 момент равен $4i_1$, откладываем ординату эпюры моментов вниз – на растянутом волокне, а в жестком узле

№2 изгибающий момент имеет значение $2i_1$, ординату эпюры моментов откладываем вверх, т.к. растянутыми являются верхние волокна. Стержень №3 жестко зашпелен в узле №1 и шарнирно закреплен в узле №4. Ось стержня искривилась таким образом, что растянутыми оказались левые волокна - в таблице 1 найдем соответствующую эпюру моментов и переносим ее на ось рамы – в шарнирном узле №4 момент равен нулю, а в жестком узле №1 изгибающий момент имеет значение $3i_3$



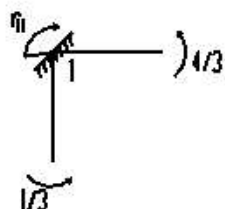
первое единичное деформированное состояние



Эпюра изгибающих моментов первого единичного деформированного состояния

Для определения r_{11} - реактивного момента в первой введенной заделке от поворота первой заделки на угол $\bar{Z}_1 = 1$, вырезаем узел №1, показываем действующие в стержнях моменты, направление которых определяем на эпюре по растянутым волокнам, во введенной заделке показываем неизвестный реактивный момент r_{11} . При этом направление неизвестного момента r_{11} совпадает с принятым в основной системе направлением перемещения Z_1 .

Составляем уравнение статического равновесия узла №1:



$$\sum M = 0$$

$$r_{11} - 4i_1 - 3i_3 = 0$$

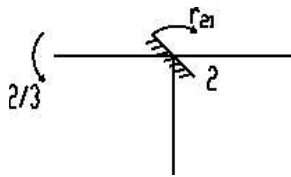
$$r_{11} = 4i_1 + 3i_3 = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3} = 1,667$$

Для определения r_{21} - реактивного момента во второй введенной заделке от поворота первой заделки на угол $\bar{Z}_1 = 1$, рассмотрим равновесие узла №2:

вырезаем узел №2, показываем действующие в стержнях моменты, направление которых определяем на эпюре по растянутым волокнам, во введенной заделке показываем неизвестный реактивный момент r_{21} . При

этом направление неизвестного момента совпадает с принятым в основной системе направление перемещения Z_2 .

Составляем уравнение статического равновесия узла №2:

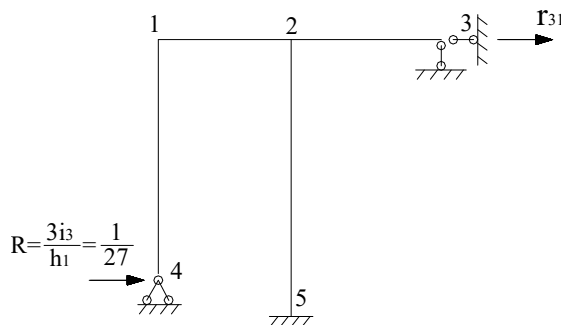


$$\sum M = 0$$

$$r_{12} - 2i_1 = 0$$

$$r_{12} = 2i_1 = \frac{2}{3} = 0,667$$

Для определения r_{31} - реактивной силы в третьей введенной связи от поворота первой заделки на угол $\bar{Z}_1 = 1$. Перенесем на раму возникающие в настоящих опорных связях реакции (величину и направление которых определяем по таблице 1) и реактивную силу во введенной связи (направление неизвестной реактивной силы совпадает с принятым при выборе основной системы направлением неизвестного линейного перемещения Z_3). Рассмотрим равновесие рамы и составим уравнение суммы проекций всех сил, приложенных к раме (учитывая опорные реакции) на ось, параллельную оси введенного стержня:



$$\sum X = 0$$

$$r_{31} + \frac{3i_3}{h_1} = 0$$

$$r_{31} = -\frac{3i_3}{h_1} = -\frac{1}{27} = -0,037$$

б) Рассмотрим второе единичное состояние от действия поворота второй введенной связи – скользящей (плавающей) заделки на угол $\bar{Z}_2 = 1$:

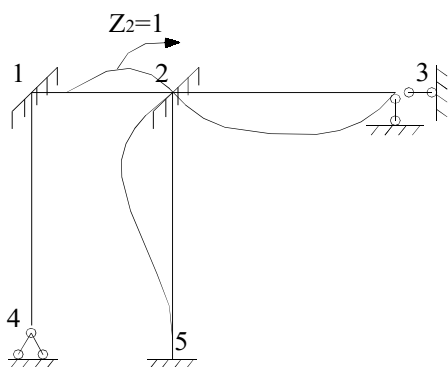
При повороте второй введенной заделки по ходу часовой стрелки на угол $\bar{Z}_2 = 1$ изгибаются оси трех стержней №1, №2 и №4, которые соединены в узле 2. Стержень №1 (левый стержень ригеля) жестко защемлен в узле №1 и жестко защемлен в узле №2. Ось стержня искривилась таким образом, что растянутыми оказались нижние волокна вблизи узла №1 и верхние волокна вблизи узла №2.

В таблице 1 найдем соответствующую эпюру моментов и переносим ее на ось рамы – в жестком узле №1 момент равен $2i_1$, откладываем ординату эпюры моментов вниз – на растянутом волокне, а в жестком узле №2 изгибающий момент имеет значение $4i_1$, ординату эпюры моментов откладываем вверх, т.к. растянутыми являются верхние волокна.

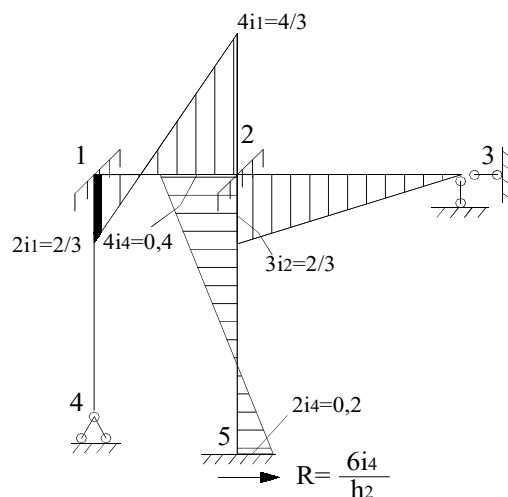
Стержень №2 жестко зашпелен в узле №2 и шарнирно закреплен в узле №3. Ось стержня искривилась таким образом, что растянутыми оказались нижние волокна. В таблице 1 найдем соответствующую эпюру моментов и переносим ее на ось рамы – в шарнирном узле №3 момент равен нулю, а в жестком узле №2 изгибающий момент имеет значение $3i_2$

Стержень №4 (правая стойка рамы) жестко зашпелен в узле №2 и жестко зашпелен в узле №5. Ось стержня искривилась таким образом, что растянутыми оказались левые волокна вблизи узла №2 и правые волокна вблизи узла №5.

В таблице 1 найдем соответствующую эпюру моментов и переносим ее на ось рамы. В жестком узле №2 момент равен $4i_4$, откладываем ординату эпюры моментов слева от оси – на растянутом волокне, а в жестком узле №5 изгибающий момент имеет значение $2i_4$, ординату эпюры моментов откладываем справа от оси, т.к. растянутыми являются правые волокна.

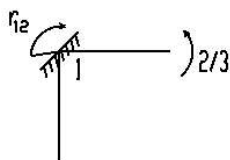


**второе единичное
деформированное состояние**



**Эпюра изгибающих моментов второго
единичного деформированного состояния**

Для определения r_{12} - реактивного момента в первой введенной заделке от поворота второй заделки на угол $\bar{Z}_2 = 1$, вырежем узел № 1 и рассмотрим равновесие узла:

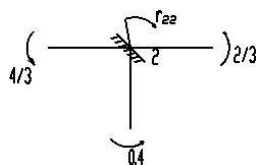


$$\sum M = 0$$

$$r_{12} - 2i_1 = 0$$

$$r_{12} = 2i_1 = \frac{2}{3} = 0,67$$

Для определения r_{22} - реактивного момента во второй введенной заделке от поворота второй заделки на угол вырежем узел № 2 и рассмотрим равновесие узла № 2:

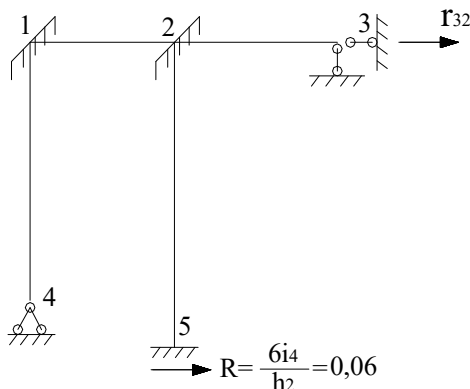


$$\sum M = 0$$

$$r_{22} - 4i_1 - 3i_2 - 4i_4 = 0$$

$$r_{22} = 4i_1 + 3i_2 + 4i_4 = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} + \frac{4}{10} = 2,4$$

Для определения r_{32} - реактивной силы в третьей введенной связи от поворота первой заделки на угол $\bar{Z}_2 = 1$, рассмотрим равновесие рамы и составим уравнение суммы проекций всех сил, приложенных к раме (учитывая опорные реакции) на ось, параллельную оси введенного стержня:



$$\sum X = 0$$

$$r_{32} + \frac{6i_4}{h_2} = 0$$

$$r_{32} = -\frac{6i_4}{h_2} = -\frac{0,6}{10} = -0,06$$

в) Рассмотрим третье единичное состояние от действия линейного перемещения третьей введенной связи на величину $\bar{Z}_3 = 1$:

При линейном перемещении введенного опорного стержня вправо (как это было принято при выборе основной системы) на $\bar{Z}_3 = 1$

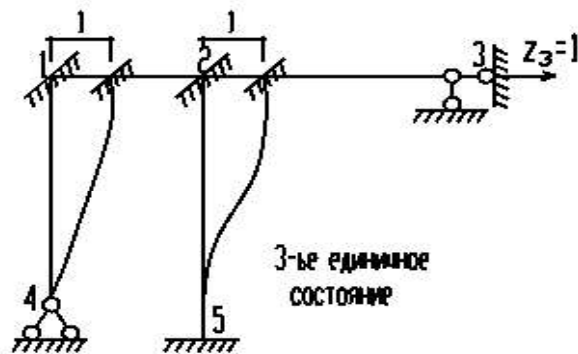
При этом происходит горизонтальное перемещение узлов №1, №2 и №3. Изгибаются оси двух стержней №3 и №4, которые связаны с узлами №1 и №2. Стержень №3 (левая стойка рамы) жестко защемлен в узле №1 и шарнирно закреплен в узле №4. Ось стержня искривилась таким образом, что растянутыми оказались правые волокна стойки.

В таблице 1 найдем соответствующую эпюру моментов и переносим ее на ось рамы – в жестком узле №1 момент равен $3i_3/h_1$, откладываем ординату эпюры моментов вправо – на растянутом волокне, т.к. растянутыми являются правые волокна. В шарнирном узле №4 ордината эпюры моментов равна нулю.

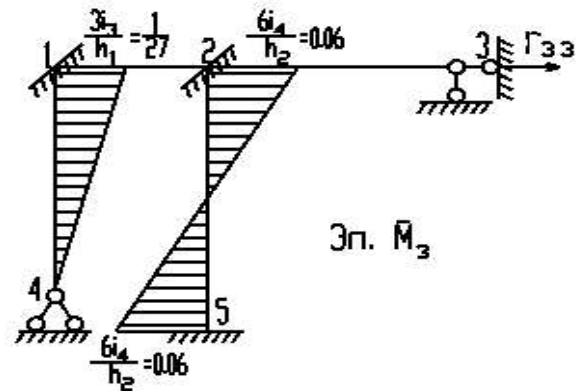
Стержень №4 (правая стойка рамы) жестко защемлен в узле №2 и жестко защемлен в узле №5. Ось стержня искривилась таким образом, что растянутыми оказались правые волокна вблизи узла №2 и левые волокна вблизи узла №5.

В таблице 1 найдем соответствующую эпюру моментов и переносим ее на ось рамы. В жестком узле №2 изгибающий момент имеет значение $6i_4/h_2$, откладываем ординату эпюры моментов справа от оси – на растянутом

волокне, в жестком узле №5 изгибающий момент имеет такое же значение $6i_4/h_2$, ординату эпюры моментов откладываем слева от оси, т.к. растянутыми вблизи узла №5 являются левые волокна.

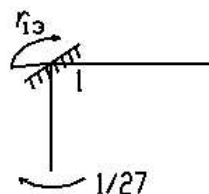


Третье единичное деформированное состояние



Эпюра изгибающих моментов третьего единичного деформированного состояния

Для определения r_{13} - реактивного момента в первой введенной заделке от линейного смещения введенного стержня на величину $\bar{Z}_3 = 1$, рассмотрим равновесие узла № 1:

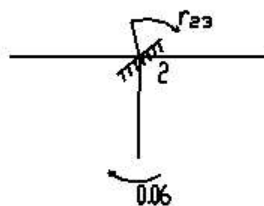


$$\sum M = 0$$

$$r_{13} + \frac{3i_3}{h_1} = 0$$

$$r_{13} = -\frac{3i_3}{h_1} = -\frac{1}{27} = -0,037$$

Для определения r_{23} - реактивного момента во второй введенной заделке от линейного смещения введенного стержня на величину $\bar{Z}_3 = 1$, рассмотрим равновесие узла № 2:



$$\sum M = 0$$

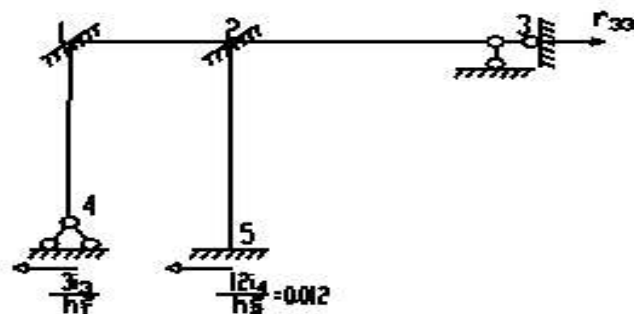
$$r_{23} + \frac{6i_4}{h_2} = 0$$

$$r_{23} = -\frac{6i_4}{h_2} = -0,06$$

Для определения r_{33} - реактивной силы в третьей введенной связи от линейного смещения введенного стержня на величину $\bar{Z}_3 = 1$, рассмотрим

равновесие рамы и составим уравнение суммы проекций всех сил, приложенных к раме (учитывая опорные реакции) на ось, параллельную оси введенного стержня:

На ось рамы переносим опорные реакции, величину которых определяем по таблице 1, а направление опорных реакций определяем по эпюре моментов M_3



$$\sum X = 0$$

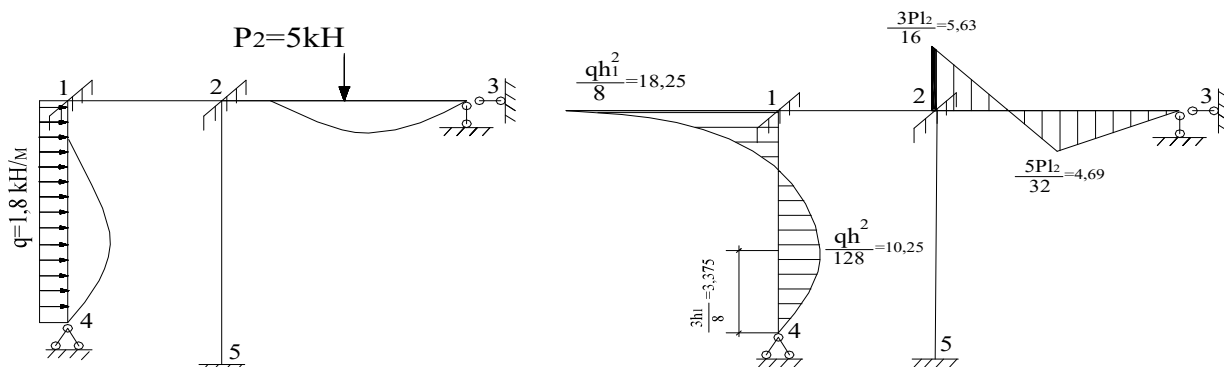
$$r_{33} - \frac{12i_4}{h_2^2} - \frac{3i_3}{h_1^2} = 0$$

$$r_{33} = \frac{12i_4}{h_2^2} + \frac{3i_3}{h_1^2} = 0,012 + \frac{1}{243} = \frac{3,916}{243}$$

д) Рассмотрим грузовое состояние от действия приложенной нагрузки:

В таблице 1 найдем соответствующие эпюры моментов и переносим их на ось рамы. На стержне №2 по условию задачи приложена сосредоточенная сила P_2 . Стержень жестко защемлен в узле №2 и шарнирно закреплен в узле №3. Переносим табличную эпюру моментов на ось рамы. В жестком узле №2 момент равен $3Pl_2/16$, откладываем ординату эпюры моментов вверх—положение нагрузки соответствует табличному. В шарнирном узле №3 ордината эпюры моментов равна нулю.

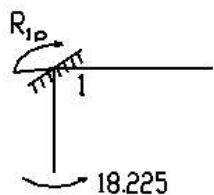
На стержне №3 по условию задачи приложена равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q . Стержень жестко защемлен в узле №1 и шарнирно закреплен в узле №4. Переносим табличную эпюру моментов на ось рамы. В жестком узле №1 момент равен $qh^2/8$, откладываем ординату эпюры моментов влево—направление приложенной нагрузки определяет положение эпюры моментов на раме. В шарнирном узле №3 ордината эпюры моментов равна нулю:



Грузовое состояние

Эпюра изгибающих моментов грузового состояния

Для определения R_{1P} - реактивного момента в первой введенной заделке от действия приложенной нагрузки рассмотрим равновесие узла №1:

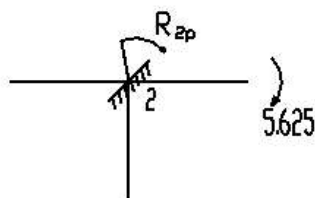


$$\sum M = 0$$

$$R_{1P} - \frac{qh_1^2}{8} = 0$$

$$R_{1P} = \frac{qh_1^2}{8} = 18,225$$

Для определения R_{2P} - реактивного момента во второй введенной заделке от действия приложенной нагрузки, рассмотрим равновесие узла № 2:

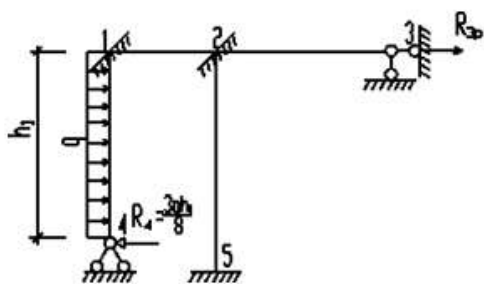


$$\sum M = 0$$

$$R_{2P} + \frac{3Pl_2}{16} = 0$$

$$R_{2P} = -\frac{3Pl_2}{16} = -\frac{3 \cdot 5 \cdot 6}{16} = -5,63$$

Для определения R_{3P} - реактивной силы в третьей введенной связи от действия приложенной нагрузки, рассмотрим равновесие рамы и составим уравнение суммы проекций всех сил, приложенных к раме (учитывая приложенную нагрузку и опорные реакции, величину и направление которых определяем по таблице 1) на ось, параллельную оси введенного стержня:



$$\sum X = 0$$

$$R_{3P} - R_A + qh_1 = 0$$

$$R_{3P} = R_A - qh_1 = \frac{3qh_1}{8} - qh_1 =$$

$$= -\frac{5qh_1}{8} = -10,125$$

5. Подставим найденные значения коэффициентов и свободных членов в канонические уравнения и решаем расчетные уравнения:

$$\begin{cases} 1,667 \cdot Z_1 + 0,667 \cdot Z_2 - 0,037 \cdot Z_3 + 18,225 = 0 \\ 0,667 \cdot Z_1 + 2,4 \cdot Z_2 - 0,06 \cdot Z_3 - 5,625 = 0 \\ -0,037 \cdot Z_1 - 0,06 \cdot Z_2 + 0,0163 \cdot Z_3 - 10,125 = 0 \end{cases}$$

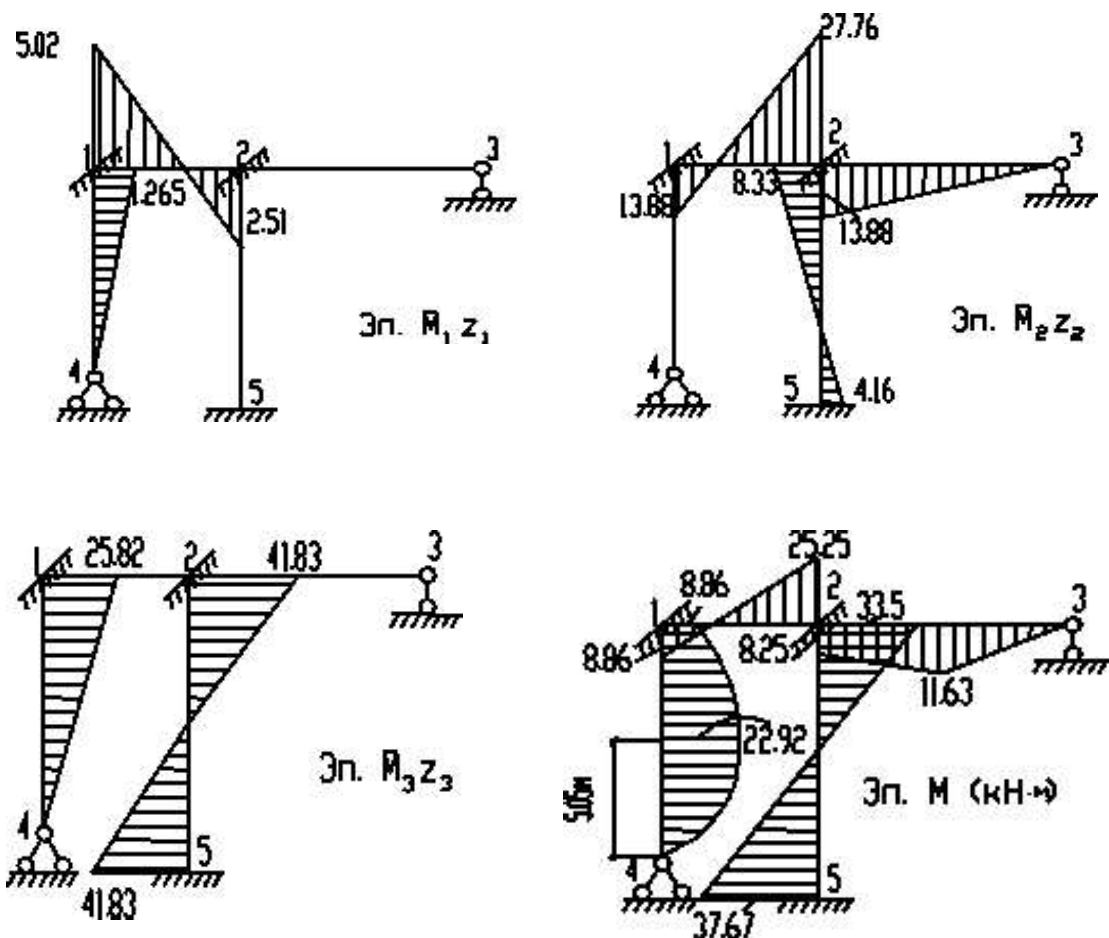
$$Z_1 = -3,77 \text{ (кН} \cdot \text{м)} \quad Z_2 = 20,8 \text{ (кН} \cdot \text{м)} \quad Z_3 = 697,14 \text{ (кН)}$$

6. Построим расчетную эпюру изгибающих моментов по формуле:

$$M = \overline{M}_1 \cdot Z_1 + \overline{M}_2 \cdot Z_2 + \overline{M}_3 \cdot Z_3 + M_p$$

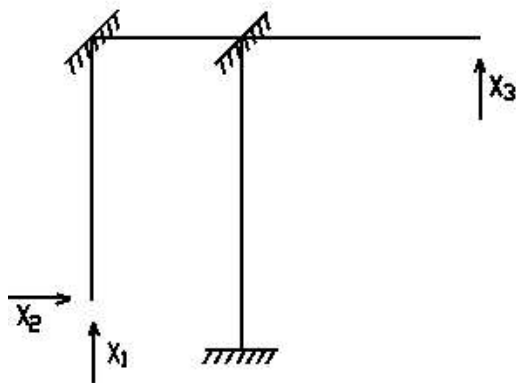
где $\overline{M}_i \cdot Z_i$ - исправленная эпюра моментов единичного состояния, для построения которой умножим каждую единичную эпюру моментов на соответствующее значение найденного перемещения.

Полученные исправленные единичные эпюры моментов просуммируем с эпюрой грузовых моментов:

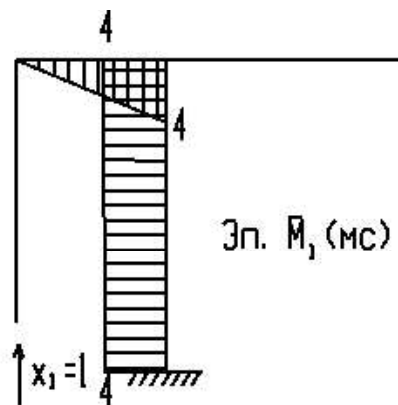


9. Выполним кинематическую проверку полученной эпюры моментов.

Для этого «перемножим» по правилу Верещагина полученную эпюру и единичную эпюру, построенную для заданной рамы в основной системе метода сил. Разность между суммами положительных и отрицательных слагаемых, отнесенная к большей из них, не должна превышать 3%. Основную систему метода сил получим путем удаления опорных связей в узле № 4 и узле № 3:



Основная система метода сил



Единичная эпюра моментов

$$\Delta = \sum \int \frac{\bar{M}_{1(MC)} \cdot M}{EI} dS = \frac{1}{EI_1} \cdot \frac{4}{6} (2 \cdot 4 \cdot (-25,25) + 4 \cdot 8,876) + \frac{1}{EI_2} \cdot \frac{(37,67 - 33,5)}{2} \cdot 10 \cdot 4 =$$

$$= \frac{3}{4EI_2} \cdot \frac{2}{3} (-202 + 35,5) + \frac{1}{EI_2} \cdot 2,085 \cdot 10 \cdot 4 = -83,248 \frac{1}{EI_2} + 83,4 \frac{1}{EI_2} = 0,152 \frac{1}{EI_2}$$

Невязка составляет: $\varepsilon = \frac{0,152}{83,4} \cdot 100\% = 0,182\% < 100\%$

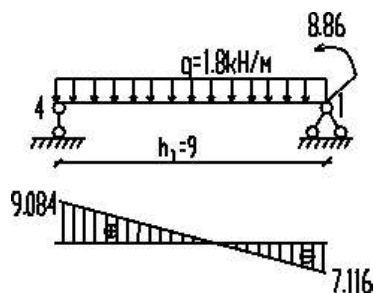
10. Построим расчетную эпюру поперечных сил по эпюре моментов.

Для этого представим каждый стержень рамы как простую двухопорную балку, на которую переносим приложенную к этому стержню рамы нагрузку, а также опорные моменты, величину и направление которых снимаем с эпюры моментов. От действия приложенной нагрузки и опорных моментов определяем и строим эпюры поперечных сил, которые затем переносим на ось рамы. Значение поперечной силы рассчитываем по формуле:

$$Q = Q^0 + \frac{M_{прав} - M_{лев}}{l}$$

где Q^0 – балочная поперечная сила, величина которой определена только от приложенной к балке нагрузки без учета действия опорных моментов;
 $M_{прав}$ – правый опорный момент; $M_{лев}$ – левый опорный момент.

а) Стержень 4-1:



$$Q_4 = \frac{1,8 \cdot 9}{2} + \frac{8,86 - 0}{9} = 8,1 + 0,984 = 9,084$$

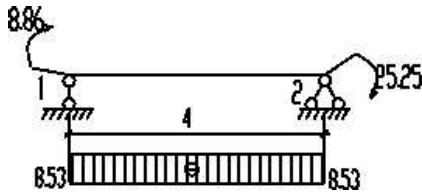
$$Q_{14} = -\frac{1,8 \cdot 9}{2} + \frac{8,86 - 0}{9} = -8,1 + 0,984 = 7,116$$

на стойке $Q=0$ при $X = +\frac{Q_4}{q} = \frac{9,084}{1,8} = 5,05(м)$

в этом сечении изгибающий момент

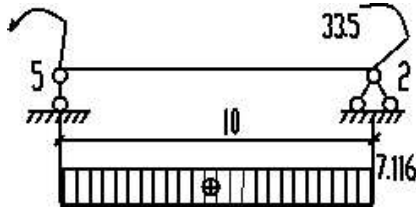
$$M_{max} = \frac{Q_4 \cdot x}{2} + M_4 = \frac{9,084 \cdot 5,05}{2} + 0 = 22,92 (кНм)$$

б) Стержень 1-2:



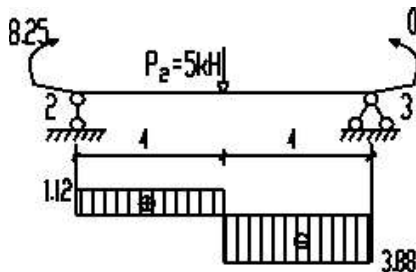
$$Q_{12} = Q_{21} = 0 + \frac{-25.25 - 8.86}{4} = -8.53 (\text{кН})$$

в) Стержень 5-2:



$$Q_{52} = Q_{25} = 0 + \frac{33.5 + 37.67}{10} = 7.116 (\text{кН})$$

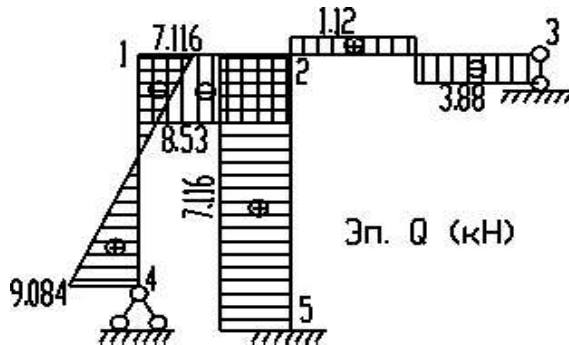
г) Стержень 2-3:



$$Q_{23} = \frac{5}{2} + \frac{0 - 8.25}{6} = 2.5 - 1.380 = 1.12 (\text{кН})$$

$$Q_{32} = -\frac{5}{2} + \frac{0 - 8.25}{6} = -2.5 - 1.380 = -3.88 (\text{кН})$$

Переносим построенные эпюры на базисную ось рамы - получаем эпюру Q :



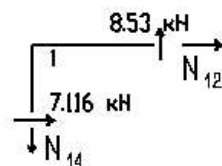
11. Построим расчетную эпюру продольных сил по эпюре поперечных сил.

Для этого вырезаем узлы рамы из эпюры Q и рассматриваем их равновесие.

Первым вырезают узел, в котором сходятся только два стержня: в рассматриваемой раме это узел 1:

Показываем неизвестные продольные силы в стержнях: силу в стержне 1-2 N_{12} и продольную силу в стержне 1-4 $-N_{14}$ при этом направляем неизвестные силы в предположении, что усилия эти положительны, т.е. растягивают соответствующие стержни. Рассматриваем условия статического равновесия:

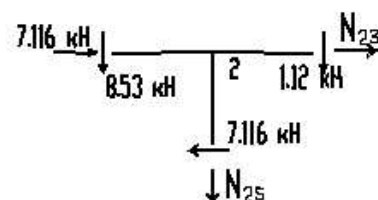
$$\begin{aligned}\sum X = 0 \quad N_{12} + 7.116 &= 0 \quad N_{12} = -7.116 (кН) \\ \sum Y = 0 \quad N_{14} - 8.53 &= 0 \quad N_{14} = 8.53 (кН)\end{aligned}$$



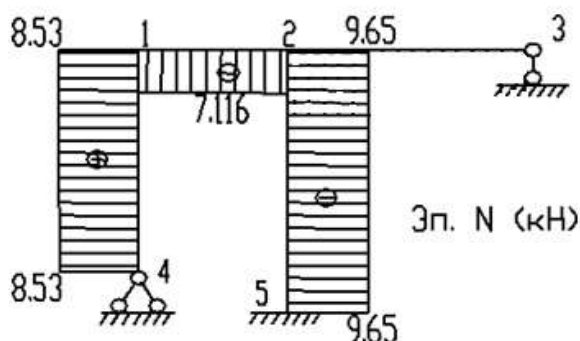
Полученный в результате расчета знак «минус» говорит о том, что стержень 1-2 работает на сжатие.

Вырезаем узел 2: Продольную силу в стержне 1-2, найденную при рассмотрении узла №1, прикладываем к узлу № 2 в соответствующем направлении, так как получено значение $N_{12} = -7.116$, усилие отрицательное, следовательно сжимающее, направляем его к узлу:

$$\begin{aligned}\sum X = 0 \quad N_{23} + 7.116 - 7.116 &= 0 \quad N_{23} = 0 (кН) \\ \sum Y = 0 \quad -N_{25} - 8.53 - 1.12 &= 0 \quad N_{25} = -9.65 (кН)\end{aligned}$$

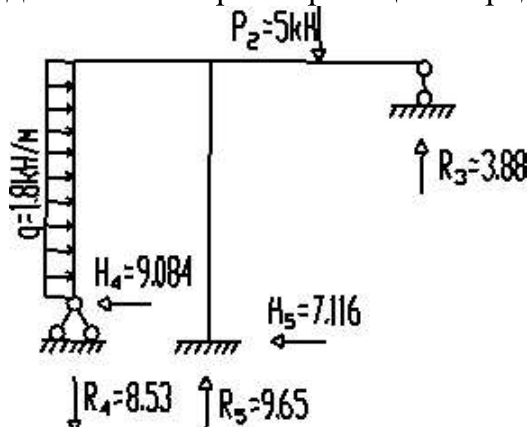


Переносим найденные значения продольных сил в стержнях на базисную ось рамы - получаем эпюру N:



12. Выполним статическую проверку расчетных эпюр.

Рассмотрим равновесие рамы в целом. Величины и направления действия опорных реакций определим по расчетным эпюрам N и Q



$$\begin{aligned}\sum X = 0 \quad -H_4 - H_5 + q \cdot h_1 &= 0 \\ -9.084 - 7.116 + 1.8 \cdot 9 &= -16.2 + 16.2 = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum Y = 0 \quad -R_4 + R_5 + R_3 - P_2 &= 0 \\ -8.53 + 9.65 + 3.88 - 5 &= -13.53 + 13.53 = 0\end{aligned}$$

Проверка выполняется, следовательно расчет выполнен верно.

Вопросы для самопроверки по теме «расчет рамы методом перемещений».

1. Как определяется степень кинематической неопределимости рамы?
2. Как определяется количество возможных угловых перемещений?
3. Как определяется количество возможных линейных перемещений?
4. Что представляет собой преобразованная система?
5. Что представляет собой основная система метода перемещений?
6. В чем смысл канонических уравнений метода перемещений?
7. Что представляют собой коэффициенты при неизвестных канонических уравнений метода перемещений?
8. Как определяются коэффициенты при неизвестных канонических уравнений метода перемещений?
9. Что представляют собой свободные члены канонических уравнений метода перемещений?
10. Как определяются свободные члены канонических уравнений метода перемещений?
11. Как производится построение окончательной эпюры изгибающих моментов?
12. Как производится проверка правильности построения эпюры изгибающих моментов?
13. Как производится построение окончательной эпюры поперечных сил по эпюре изгибающих моментов?
14. Как производится построение эпюры продольных сил по эпюре поперечных сил?
15. Как производится проверка правильности построения эпюр поперечных и продольных сил?

Список рекомендуемой литературы:

1. «Строительная механика» под редакцией Даркова А.В. М., Высшая школа , 2004 г.
2. Строительная механика. Под ред. А.Е. Саргсяна. М., Высшая школа , 2000 г
3. Анохин Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах. ЧІ. Статически определимые системы. Учебное пособие. Издательство АСВ, 2007
4. Анохин Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах. ЧІІ. Статически неопределимые системы. Учебное пособие. Издательство АСВ, 2007
5. Смирнов В.А., Городецкий А.С. Строительная механика. Издательство «Юрайт» , 2013г.

Оглавление:

1.Задача 5. Условия задачи и исходные данные.....	3
Расчет статически неопределимой балки.....	5
Пример расчета статически неопределимой балки.....	12
2. Задача 6. Условия задачи и исходные данные.....	23
Расчет статически неопределимой фермы.....	25
Пример расчета статически неопределимой фермы.....	27
3. Задача 7. Условия задачи и исходные данные.....	37
Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений.....	39
Пример расчета статически неопределимой рамы методом перемещени.....	44
4. Список рекомендуемой литературы.....	61